

THÈSE / UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE

sous le sceau de l'Université européenne de Bretagne

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE

Mention : Génie Electrique & Electronique

École Doctorale des Sciences de la Mer

présentée par

Refzul KHAIRI

préparée au

Lab-STICC UMR CNRS 6285

École Nationale Supérieure de Techniques Avancées

ENSTA Bretagne

Modélisation de la diffusion électromagnétique par les vagues côtières déferlantes



Thèse soutenue le 11 Mars 2013

devant le jury composé de :

Jihad ZALLAT

Professeur, Université de Strasbourg / *Président du jury*

Christophe CRAEYE

Professeur, Université Catholique de Louvain Belgique / *Rapporteur*

Christophe BOURLIER

Directeur de Recherche CNRS (HDR), Polytech Nantes / *Rapporteur*

Noël TANGUY

Professeur, Université de Bretagne Occidentale / *Examineur*

Gabriel SORIANO

Maître de Conférence, Institut Fresnel Marseille / *Examineur*

Yves-Marie SCOLAN

Enseignant Chercheur (HDR), ENSTA Bretagne / *Examineur*

Ali KHENCHAF

Professeur, ENSTA Bretagne / *Directeur de thèse*

Arnaud COATANHAY

Enseignant-Chercheur, ENSTA Bretagne / *Encadrant*

Thèse de doctorat
Génie électrique et électronique

**Modélisation de la diffusion électromagnétique
par les vagues côtières déferlantes**

Refzul KHAIRI

Université de Bretagne Occidentale
Brest, France
Mars 2013

Remerciements

Cette thèse intitulée « Modélisation de la diffusion électromagnétique par les vagues côtières déferlantes » a été menée d'octobre 2009 à mars 2013 au sein du Lab-STICC UMR CNRS 6285 à l'ENSTA Bretagne avec le soutien de la Région Bretagne.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance au Prof. Ali Khenchaf pour avoir dirigé ce travail de recherche, pour son niveau d'exigence ainsi que pour sa présence. Je remercie aussi le Dr. Arnaud Coatanhay pour la rigueur de son encadrement et le partage de ses compétences scientifiques.

Je tiens à adresser mes remerciements au Prof. Jihad Zallat pour avoir présidé le jury de thèse, au Prof. Christophe Craeye et au Dr. Christophe Bourlier pour avoir évalué le manuscrit de thèse en tant que rapporteur. J'adresse également mes vifs remerciements au Prof. Noël Tanguy, au Dr. Gabriel Soriano et au Dr. Yves-Marie Scolan pour avoir participé en tant que membre du jury.

Après des années passées au sein du Lab-STICC à l'ENSTA Bretagne, je remercie sincèrement toutes les personnes que j'ai côtoyées. L'énumération serait trop longue et les oublis seraient regrettables. Alors je remercie de façon globale tous les professeurs, le personnel administratif, les ingénieurs, les techniciens, les doctorants et les étudiants.

Je ne saurais terminer sans remercier tous mes instituteurs et professeurs depuis l'école maternelle jusqu'à l'université sans qui je n'aurais pu mener à bien ma formation universitaire supérieure.

Enfin, ce travail n'aurait pas été facilité sans ma famille en Indonésie que je remercie profondément : mes parents, mes frères et sœurs qui m'ont soutenu malgré la distance. Particulièrement, je voudrais remercier ma femme présente à mes côtés pour sa patience et son amour.

Table des matières

Introduction générale	1
 I Ondes électromagnétiques et méthodes de calcul	 7
1 Rayonnement et diffusion EM	9
1.1 Rappels électromagnétiques	10
1.2 Rayonnement électromagnétique	13
1.2.1 Champs proche et lointain	14
1.2.2 Onde plane monochromatique	16
1.3 Diffusion électromagnétique	17
1.3.1 Surface Équivalente Radar (SER)	19
1.4 Méthodes de calcul diffusion EM	19
1.4.1 Méthodes analytiques	20
1.4.1.1 Cylindre de longueur infinie (référence 2D)	20
1.4.1.2 Sphère (référence 3D)	21
1.4.2 Méthodes asymptotiques	21
1.4.2.1 Techniques de rayons	21
1.4.2.2 Techniques de courants	22
1.4.3 Méthodes numériques	23
1.4.3.1 Techniques différentielles	23
1.4.3.2 Techniques intégrales	24
1.5 Équations intégrales de frontière	25
1.5.1 Simplification selon les matériaux	27
1.5.2 Simplification pour le cas 2D	28
1.5.2.1 Polarisation horizontale	28
1.5.2.2 Polarisation verticale	29
1.6 Conclusion	30
 2 Méthode des Moments (MdM)	 31
2.1 Principe de la Méthode des Moments	32
2.1.1 Système matriciel linéaire	33
2.1.1.1 Fredholm du 1er type	33
2.1.1.2 Fredholm du 2ème type	34
2.1.2 Fonctions de base et fonctions de test	34
2.1.2.1 Fonctions de base \mathbb{B}	35
2.1.2.2 Fonctions de test \mathbb{T}	35

2.1.3	Techniques de maillage	36
2.2	MdM-Classique	38
2.2.1	Structure 2D	38
2.2.1.1	Fonctions de base	38
2.2.1.2	Applications	39
2.2.2	Structure 3D	45
2.2.2.1	Fonctions de base	45
2.2.2.2	Applications	46
2.2.3	MdM-Classique vs Courbure de la surface	49
2.3	MdM-Ordre Supérieur	50
2.3.1	Structure 2D	50
2.3.1.1	Fonctions de base	50
2.3.1.2	Applications	52
2.3.2	Structure 3D	58
2.3.2.1	Fonction de base	58
2.3.2.2	Applications	59
2.4	Diffusion EM par des surfaces naturelles	60
2.4.1	Onde conique	60
2.4.1.1	Modèle 2D	60
2.4.1.2	Modèle 3D	62
2.4.1.3	Effets de l'onde conique	64
2.4.2	Applications	65
2.4.2.1	Surfaces sinusoïdales	65
2.4.2.2	Surfaces gaussiennes aléatoires	68
2.5	Conclusion	70
II	Interaction des ondes électromagnétiques avec les vagues	71
3	Modélisation et génération de vagues	73
3.1	Modèle statistique de description de la mer du vent	75
3.1.1	Spectres de mer	76
3.1.1.1	Spectres non-directionnels	76
3.1.1.2	Fonctions de répartition angulaire	78
3.1.2	Probabilités des vagues	80
3.1.2.1	Probabilité des hauteurs	80
3.1.2.2	Probabilité des pentes	80
3.2	Modèle hydrodynamique de description de la houle	81
3.2.1	Rappels hydrodynamiques	81
3.2.1.1	Équations de base	81
3.2.1.2	Hypothèses de simplification	82
3.2.1.3	Conditions aux limites et initiales	83
3.2.2	Théories de résolution	84
3.2.2.1	Théorie de Airy (linéaire)	85
3.2.2.2	Théorie de Stokes	86
3.2.2.3	Théorie Cnoïdale	87
3.2.3	Interaction de la houle avec le rivage	89
3.2.3.1	Déferlement	89
3.2.3.2	Réflexion	91
3.2.3.3	Réfraction	91

3.2.3.4	Diffraction	92
3.3	Modélisation des vagues déferlantes	93
3.3.1	Modèle expérimental	93
3.3.2	Méthodes numériques	93
3.3.2.1	Techniques différentielles	94
3.3.2.2	Techniques intégrales	95
3.3.3	Simulation des vagues déferlantes	97
3.4	Caractéristiques électromagnétiques de l'eau de mer	101
3.4.1	Perméabilité	101
3.4.2	Permittivité	101
3.4.3	Conductivité	103
3.4.4	Profondeur de pénétration	103
3.5	Conclusion	104
4	Diffusion EM par les vagues déferlantes	105
4.1	Diffusion EM par les vagues déferlantes 2D	106
4.1.1	Système de simulation	106
4.1.2	Déferlement gonflant	108
4.1.3	Déferlement glissant	114
4.1.4	Déferlement plongeant	120
4.2	Diffusion EM par les vagues déferlantes 3D	126
4.3	Diffusion EM par une surface océanique (modèle spectral)	127
4.4	Analyse temps-fréquence	128
4.5	Conclusion	130
	Conclusion générale	131
	Annexes	133
A	Systèmes de coordonnées et d'observation	135
B	Rappels mathématiques	137
B.1	Analyse vectorielle	137
B.2	Analyse fonctionnelle	139
B.3	Intégration numérique	141
C	Systèmes matriciels - MdM	143
C.1	Construction des systèmes matriciels linéaires	143
C.2	Traitement de la singularité	147
D	NURBS	151
E	Production scientifique	153
	Bibliographie	155

Table des figures

0.1	Constellation des satellites <i>GPS</i> [1]	1
0.2	Système d'observation considéré dans le projet <i>MOPS</i>	2
0.3	Description de types de déferlement	4
0.4	Diffraction sur la crête et multiple réflexion sur la cavité de la vague	4
1.1	Diffuseurs EM (a) objet canonique (b) surface naturelle	9
1.2	Condition de passage entre deux milieux	12
1.3	Champs proche et lointain	15
1.4	Propagation d'onde plane	16
1.5	Polarisation d'onde plane (a) linéaire (b) circulaire (c) elliptique	17
1.6	Problèmes du rayonnement et de la diffusion EM	18
1.7	Mécanismes de la diffusion EM modélisés par les techniques de rayons	22
1.8	Maillage typique (a) Méthode des Différences Finies (b) Méthode des Éléments Finis	24
1.9	Configuration du processus de la diffusion EM (a) problème externe (b) problème interne	26
1.10	Base de polarisation 2D	28
2.1	Évolution de la méthode MdM	31
2.2	Courbure d'une surface	36
2.3	Comparaison des maillages linéaires et <i>NURBS</i> pour les structures 2D et 3D	37
2.4	Fonctions de base de la méthode MdM-Classique 2D (a) pulse (b) triangle	38
2.5	Diffusion EM par un cylindre conducteur de longueur infinie calculée en utilisant la méthode MdM-Classique	40
2.6	Ondes diffusées et ondes totales autour d'un cylindre conducteur de longueur infini illuminé par une onde plane.	41
2.7	Diffusion EM par un plan conducteur de longueur infinie calculée en utilisant la méthode MdM-Classique	43
2.8	Diffusion EM par un cylindre diélectrique ($\epsilon_r = 5 - 10i$) de longueur infinie calculée en utilisant la méthode MdM-Classique	44
2.9	Fonctions de base de la méthode MdM-Classique 3D (a) pulse triangulaire (b) pulse quadrilatère (c) RWG (d) <i>Roof-top</i>	45
2.10	Diffusion EM par une sphère conductrice calculée en utilisant la méthode MdM-Classique	47
2.11	Diffusion EM par un plan conducteur calculée en utilisant la méthode MdM-Classique	48
2.12	3 Ellipses de longueur infinie présentant 3 courbures différentes	49
2.13	Courants de surface des ellipses : polarisations horizontale et verticale	49
2.14	Polynômes de Legendre-Jorgensen [2]	50

2.15	Fonctions de base d'Ordre Supérieur : continue et discontinue	51
2.16	Observation du cylindre de longueur infinie maillé avec 6 segments <i>NURBS</i>	52
2.17	Courant de surface (pol-horizontale) : fonctions de base discontinue et continue	53
2.18	SER (pol-horizontale) : fonctions de base discontinue et continue	53
2.19	Erreur de courant et de SER en fonction de l'ordre N et le pas de discrétisation D (pol-horizontale)	54
2.20	Erreur de courant et des SER en fonction de la longueur d'onde λ (pol-horizontale)	54
2.21	Courants de surface (pol-verticale) : fonctions de base discontinue et continue	55
2.22	SER (pol-verticale) : fonctions de base discontinue et continue	55
2.23	Erreur des courants et des SER en fonction de l'ordre N et le pas de discrétisation D (pol-verticale)	56
2.24	Erreur des courants et des SER en fonction de l'ordre N et de longueur d'onde λ (pol-verticale)	56
2.25	Le temps de calcul en fonction de l'ordre (N) et le pas de discrétisation (D)	57
2.26	Fonctions de base d'ordre supérieur ($M=2$ et $N=2$)	58
2.27	Diffusion EM d'une sphère conductrice calculée en utilisant la méthode MdM-OS	59
2.28	Répartition d'énergie diffusée selon le niveau de la rugosité de la surface (a) faible rugosité (b) rugosité moyenne (c) forte rugosité.	60
2.29	Faisceau gaussien pour différentes valeur de g_i dans le plan ($\hat{x} - \hat{z}$) et son empreinte sur un plan de largeur L	62
2.30	L'empreinte des ondes coniques pour l'angle incident normal ($\theta_i = 0^\circ$) : Modèle de Tsang et Modèle de Braunisch	64
2.31	Courants surfaciques en polarisations horizontale et verticale provoqués par une onde incidente conique pour différentes valeurs de g_i	64
2.32	Surface sinusoïdale mono-dimensionnelle	65
2.33	SER Normalisées : polarisations horizontale et verticale	65
2.34	Ondes diffusées et ondes totales au dessus d'une surface sinusoïdale mono-dimensionnelle pour différentes valeurs de la longueur d'onde	66
2.35	Surface sinusoïdale bi-dimensionnelle	67
2.36	SER Normalisée pour 4 types de polarisation (hh,vv,hv,vh)	67
2.37	Surfaces rugueuses gaussiennes pour différentes valeurs de h_g et l_g	69
2.38	SER Normalisées : polarisations horizontale et verticale	69
3.1	Classification des vagues selon la période d'onde d'après Munk [3]	73
3.2	Mer du vent et la houle [4]	74
3.3	Spectre d'Elfouhaily : partie non-directionnelle et partie angulaire	79
3.4	Réalisation de deux types de surface avec le spectre d'Elfouhaily pour deux valeurs de vitesses du vent (3 m/s et 20 m/s)	79
3.5	Distribution des pentes de Cox et Munk	80
3.6	Représentation de la houle	81
3.7	Théories de résolution en hydrodynamique	84
3.8	Trajectoires du fluide selon Airy en fonction de la profondeur	86
3.9	Profil d'onde de Stokes d'ordre-2	86
3.10	Trajectoires du fluide selon Stokes	87
3.11	Profil d'onde selon la théorie Cnoïdale	88
3.12	Comparaison des profils d'ondes	88
3.13	La houle sur la zone côtière	89
3.14	Description de trois types de déferlement : glissant, plongeant, gonflant	90

3.15	La zone de déferlement selon la pente de la plage et la cambrure des vagues	90
3.16	Réflexion sur une paroi verticale	91
3.17	Réfraction de la houle	92
3.18	Diffraction de la houle	92
3.19	Modèle de l'instrument expérimental de vagues déferlantes	93
3.20	Le déferlement d'un soliton [5]	93
3.21	Système de simulation	94
3.22	Transformation conforme appliquée sur le domaine d'étude (a) problème initial dans le plan $\hat{x} - \hat{z}$ (b) problème symétrique dans le plan $\hat{x} - \hat{z}$ (c) transformation dans le plan $\hat{u} - \hat{v}$	96
3.23	Modèle de simulation en utilisant le code <i>FSID</i>	97
3.24	Profils des vagues déferlantes en fonction de la pente du fond	98
3.25	Profils des vagues déferlantes en fonctions de la hauteur relative	99
3.26	Profils des vagues déferlantes en fonction de la cambrure	100
3.27	La permittivité (parties réelle et imaginaire) en fonction de la fréquence, la salinité et la température	102
3.28	Conductivité de l'eau en fonction de la fréquence, la salinité et la température	103
3.29	Profondeur de pénétration des ondes électromagnétiques dans l'eau en fonction de la fréquence, de la salinité et de la température	104
4.1	Repère du système d'observation	107
4.2	Onde incidente conique dans le domaine d'étude borné	107
4.3	Profils des vagues déferlantes gonflantes	108
4.4	Théorie de rayon appliquée aux vagues déferlantes gonflantes	108
4.5	Ondes diffusées à proximité de la zone concave : déferlement plongeant (zoom du profil 4), polarisations horizontale et verticale, $\theta_i = 45^\circ$	109
4.6	Ondes diffusées et ondes totales : déferlement gonflant, $\theta_i = -45^\circ$	110
4.7	Ondes diffusées et ondes totales : déferlement gonflant, $\theta_i = 0^\circ$	111
4.8	Ondes diffusées et ondes totales : déferlement gonflant, $\theta_i = 45^\circ$	112
4.9	SER Normalisées : déferlement frontal, polarisations horizontale et verticale	113
4.10	Profils des vagues déferlantes glissantes	114
4.11	Diffraction par la crête d'une vague déferlante glissante	114
4.12	Ondes diffusées à proximité de la crête : déferlement glissant, polarisations horizontale et verticale, $\theta_i = 45^\circ$	115
4.13	Ondes diffusées et ondes totales : déferlement glissant, $\theta_i = -45^\circ$	116
4.14	Ondes diffusées et ondes totales : déferlement glissant, $\theta_i = 0^\circ$	117
4.15	Ondes diffusées et ondes totales : déferlement glissant, $\theta_i = 45^\circ$	118
4.16	SER Normalisés : déferlement glissant, polarisations horizontale et verticale	119
4.17	Profils des vagues déferlantes plongeantes	120
4.18	Diffraction et la réflexion multiple dans une vague déferlante plongeante . .	120
4.19	Ondes diffusées à proximité de la cavité de vague : déferlement plongeant, polarisations horizontale et verticale, angle incidente 45°	121
4.20	Ondes diffusées et ondes totales : déferlement plongeant, $\theta_i = -45^\circ$	122
4.21	Ondes diffusées et ondes totales : déferlement plongeant, $\theta_i = 0^\circ$	123
4.22	Ondes diffusées et ondes totales : déferlement plongeant ; $\theta_i = 45^\circ$	124
4.23	SER Normalisées : déferlement plongeant ; polarisations horizontale et verticale	125
4.24	Profil 3D de la vague déferlante plongeante	126
4.25	Ondes diffusés à la hauteur de 4 m au dessus de la surface de mer	126
4.26	SER des vagues déferlantes 3D	127
4.27	Surface de mer discrétisée par (a) 10.000 maillage linéaire (b) 100 NURBS .	127

4.28	SER de la surface maritime	128
4.29	Configuration d'observation pour l'analyse temps-fréquence	129
4.30	Champs diffusés et l'effet Doppler sur trois points d'observation	129
A.1	Système de coordonnées (a) modèle 3D (b) modèle 2D	135
A.2	Repère géométrique du système d'observation de la diffusion EM	136
B.1	Espaces fonctionnels selon l'intégrabilité et la régularité des fonctions	140
B.2	Principe de l'intégration	141
B.3	Intégration par la méthode du point milieu	141
B.4	Intégration par la méthode Gauss-Legendre	142
C.1	Illustration pour éviter la singularité (a) maillage triangulaire (b) maillage quadrilatère	147
C.2	Traitement de la singularité	148
C.3	Transformation de Duffy	148
D.1	Construction de la courbe et de la surface NURBS	151
D.2	Polynômes de Bernstein d'ordre 4	152

Notions et abréviations

Notions principales

Les notions principales utilisées dans ce manuscrit sont divisées en trois catégories : générales, électromagnétiques, hydrodynamiques. Les vecteurs sont donnés en caractère gras alors que les scalaires sont notés en caractère standard.

Notions générales

f	Fréquence d'onde
ω	Pulsation d'onde
t	Temps
L	Longueur
C	Vitesse de propagation d'onde
g	Constante de la gravité
λ	Longueur d'onde
k	Nombre d'onde (constant)
K	Nombre d'onde dans le plan de fréquence
T	Période d'onde
s	Surface
v	Volume
\hat{t}	Vecteur unité tangent sur la surface
\hat{n}	Vecteur unité normal sur la surface
\mathbf{r}	Point d'observation
\mathbf{r}'	Point de source
δ	Fonction delta Dirac
G	Fonction de Green
\mathbb{B}	Fonction de base
\mathbb{T}	Fonction de test

Notions électromagnétiques

\mathbf{E}	Champ électrique
\mathbf{H}	Champ magnétique
\mathbf{D}	Induction électrique
\mathbf{B}	Induction magnétique
\mathbf{J}	Courant électrique
\mathbf{M}	Courant magnétique
q_e	Charge électrique
q_m	Charge magnétique

ϵ	Permittivité électrique
μ	Perméabilité magnétique
σ_e	Conductivité électrique
σ_m	Conductivité magnétique
Φ_e	Potentiel scalaire électrique
Φ_m	Potentiel scalaire magnétique
A_e	Potentiel vecteur électrique
A_m	Potentiel vecteur magnétique
\mathbf{p}_e	Polarisation électrique
\mathbf{p}_m	Polarisation magnétique
\hat{h}	Composante horizontale de la polarisation
\hat{v}	Composante verticale de la polarisation
η	Impédance d'onde électromagnétique

Notions en contexte maritime et hydrodynamique

V	Vitesse du vent
F	Fetch
B_f	Échelle de Beaufort
\mathcal{E}	Élévation de la surface
ζ	Spectre de mer (partie non-directionnelle)
\mathcal{D}	Fonction de répartition angulaire (partie directionnelle)
\mathcal{P}	Pente des vagues
ρ	Densité de l'eau de mer
h	Hauteur de vagues
d	Profondeur de vagues
h_r	Hauteur relative de vagues
\mathcal{C}_r	Cambrure de vagues
\mathbf{U}	Vecteur de vitesse du fluide
P	Pression
T_v	Tenseur des contraintes visqueuse
F	Force supplémentaire dans le fluide
Ψ	Potentiel scalaire du vitesse
N_{ur}	Nombre d'Ursell
Γ	Température
ς	Salinité

Abréviations

Les termes anglais sont écrits en caractère italique alors que les termes français sont donnés en caractère standard.

ENSTA	École Nationale Supérieure de Techniques Avancées
SHOM	Service Hydrographique et Océanographique de la Marine
Ifremer	Institut Français de Recherche pour l'Exploitation de la Mer
<i>MOPS</i>	<i>Marine Opportunity Passive Systems</i>
<i>GNSS</i>	<i>Global Navigation Satellite System</i>
<i>GPS</i>	<i>Global Positionning System</i>
<i>BPSK</i>	<i>Binary Phase Shift Keying</i>
EM	Électromagnétique
LHI	Linéaire Homogène Isotrope
SER	Surface Équivalente Radar
<i>RCS</i>	<i>Radar Cross Section</i>
MdM	Méthode des Moments
MdM-OS	Méthode des Moment d'Ordre Supérieur
<i>MoM</i>	<i>Method of Moments</i>
<i>NURBS</i>	<i>Non Uniform Rational Basis Splines</i>
RWG	Rao-Wilson-Glisson
EICE	Équation Intégrale du Champ Électrique
EICM	Équation Intégrale du Champ Magnétique
CIF	Condition Impédance Frontière
<i>PML</i>	<i>Perfectly Matched Layer</i>
<i>NRMS</i>	<i>Normalized Root Mean Square</i>
<i>FSID</i>	<i>Free Surface IDentification</i>

Introduction générale

Contexte de l'étude

L'observation de l'environnement marin, qu'il s'agisse de la surveillance du trafic maritime, de la détection de cibles navales ou encore de l'observation océanographique, s'appuie de façon extrêmement importante sur les moyens de mesure électromagnétiques. Ces moyens de mesure sont constitués de radars (côtiers, aéroportés ou satellitaires) en réseau qui, selon les caractéristiques de chaque système radar (fréquence, puissance, angle d'incidence,...), enrichissent l'information dont on dispose sur le milieu marin.

En complément de ces observations souvent actives, des chercheurs de plus en plus nombreux tentent à réaliser des observations électromagnétiques passives de l'environnement. Plus exactement, l'approche consiste à se passer des sources électromagnétiques émettrices dédiées et de les remplacer par des sources, dites d'opportunités, communément présentes dans la zone d'observation. A ce titre, les signaux *GNSS* (*Global Navigation Satellite System*), et en premier lieu les signaux *GPS* (*Global Positioning System*), peuvent constituer pour de nombreuses applications un choix pertinent de sources d'opportunités.



FIGURE 0.1: Constellation des satellites *GPS* [1]

Au cours de l'année 2000, les autorités américaines ont mis fin au brouillage, appelé *Selective Availability*, qui dégradait considérablement la précision des mesures de distance et par là même la précision du positionnement pour un observateur non-habilité. Ce fait explique sans doute en partie le développement considérable des applications civiles du *GPS* qui est devenu aujourd'hui un outil omniprésent de notre vie quotidienne. Les signaux émis par les satellites *GPS*, du moins les signaux civils, possèdent une modulation simple (*BPSK* : *Binary Phase*

Shift Keying en bande L). La structure de ces signaux émis est déterministe et parfaitement connue de tous. Par ailleurs, les 24 satellites en fonction assurent une couverture minimale sur l'ensemble de la terre (figure 0.1). Toutes ces qualités confèrent aux signaux *GPS* une place de choix dès lors que l'on souhaite utiliser une source d'opportunité.

En toute logique, de nombreuses études ont cherché à évaluer la possibilité de réaliser un système radar bi-statique où le rôle de l'émetteur serait joué par les satellites *GPS*. Dans cette optique, l'une des applications privilégiées est l'observation de l'environnement marin. On pourra notamment citer les travaux de Rivas et al [6] et Marchan et al [7] pour des mesures au sol ou les travaux de Garrison et al [8] et Yang et al [9] pour des systèmes de mesure aéroportés ou satellitaires. Toutefois, il est à souligner que la grande majorité de ces études considère une surface de mer très étendue, le plus souvent observée de très loin, et le modèle de surface de mer pris en compte s'appuie sur une description statistique globale ; c'est à dire une surface rugueuse induite par un processus stochastique [10, 11]. L'objectif de l'observation se résume alors dans ce cas à la mesure de paramètres de rugosité généraux (en particulier la variance de la rugosité).

Depuis 2008, notamment avec le soutien de la Région Bretagne, un projet intitulé *MOPS* (*Marine Opportunity Passive Systems*) a été lancé à l'initiative de plusieurs organismes (ENSTA Bretagne, Telecom Bretagne, Ifremer, SHOM) [10]. L'objectif de ce projet est l'observation océanographique de la surface maritime en exploitant les sources électromagnétiques d'opportunités, et plus particulièrement les signaux *GPS*. Cependant, si la problématique de la mesure à très grande distance n'est pas exclue, ce projet se distingue de beaucoup d'autres études par une volonté d'observer l'environnement maritime sur une zone localisée et de pouvoir mettre en évidence le mouvement déterministe des vagues.

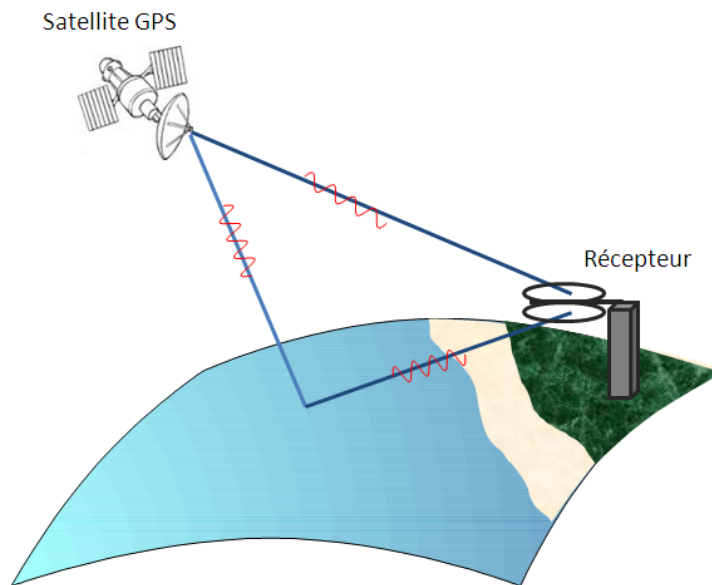


FIGURE 0.2: Système d'observation considéré dans le projet *MOPS*

De façon concrète, le dispositif expérimental de proximité envisagé dans le cadre du projet *MOPS* se présente schématiquement sous la forme d'un système de mesure passif placé en bord de côte à quelques mètres ou quelques dizaines de mètres au dessus de la surface de mer (figure 0.2). Contrairement aux enregistrements réalisés à grandes distances de la surface maritime comme peuvent l'être des mesures aéroportées ou satellitaires, un observateur placé à proximité de la mer est susceptible de visualiser la surface explicite des vagues et de suivre en direct leurs mouvements et leurs déformations.

L'un des enjeux essentiels du projet *MOPS* est d'établir si sous cette configuration, un capteur électromagnétique passif est en mesure ou non de mettre en évidence les déplacements des vagues et de suivre leur dynamique. Mener à bien cette investigation nécessite de réaliser une plateforme expérimentale, de modéliser le champ électromagnétique émis par les satellites et diffusé par la surface de mer, de construire les algorithmes permettant de traiter efficacement les signaux enregistrés et enfin à partir des informations électromagnétiques enregistrées de retrouver les caractéristiques océanographiques comme le mouvement des vagues. La construction de la plateforme expérimentale a déjà été réalisée [12]. La partie du traitement du signal qui aborde essentiellement le développement des méthodes de traitement du signal permettant d'extraire de façon optimale l'information électromagnétique des enregistrements réalisés, a également fait l'objet d'une thèse finalisée au mois de février 2012 [13, 14]. La partie concernant l'extraction d'information et l'inversion du problème a quant à elle donné lieu à une thèse qui a commencé au mois d'octobre 2011.

Le travail mené dans le cadre de cette thèse s'inscrit de façon évidente dans la première thématique du projet *MOPS*, où l'objectif premier consiste à modéliser et calculer le champ électromagnétique diffusé par une surface de mer en présence de vagues déferlantes. La modulation du signal *GPS* étant parfaitement connue et peu complexe, la modélisation portera sur la diffusion d'une onde plane par une surface de mer côtière observée à proximité et en bande L (1.5GHz). Ce contexte de travail posé, nous verrons que l'environnement maritime côtier décrit dans le projet *MOPS* influencera considérablement le choix des modèles de description de mer que nous mettrons en œuvre. De la même façon, nous verrons que les spécificités des vagues côtières imposeront des contraintes fortes sur la problématique de modélisation électromagnétique.

Problématique de la thèse

La problématique de modélisation du champ électromagnétique par une surface de mer n'est pas nouvelle. Le laboratoire Lab-STICC à l'ENSTA Bretagne a d'ailleurs mené depuis près d'une dizaine d'années de nombreuses études sur le sujet et en particulier dans les contextes bi- et multi-statiques [15, 16, 17, 18, 19]. En particulier, les approches dites asymptotiques s'appuyant sur une description statistique des surfaces rugueuses dans le contexte de surfaces maritimes (Approximation de Kirchhoff, Petites Perturbations, Modèle Deux Échelles, Approximation de Petites Pentes,...) ont été abondamment étudiées et peuvent légitimement être considérées comme une expertise reconnue du laboratoire. Cette famille de méthodes asymptotiques s'appuie sur la connaissance de la description géométrique de la surface maritime (spectre de puissance et la distribution des pentes).

Il est néanmoins à noter qu'à partir d'une description spectrale d'une mer moyenne sous des conditions de vents données, il est possible de générer aléatoirement des surfaces de mer linéaires qui respectent statistiquement la loi spectrale. Il est donc possible de générer des surfaces de mer déterministes correspondant à des conditions de vents imposées. Même si nous pourrions être amenés à utiliser cette approche au cours de ce travail de thèse, cette démarche n'est pas réellement adaptée à notre problématique dans la mesure où les spectres de mer sont généralement estimés pour des surfaces océaniques (grand large) et que les vagues côtières sont au contraire fortement non linéaires.

En effet, les vagues côtières se situent par essence dans un contexte de faible profondeur, et dans ces circonstances, l'interaction du fond marin avec la surface implique un comportement non linéaire de la surface. En particulier, ces phénomènes non-linéaires induisent un comportement de déferlement lors que les vagues arrivent sur les côtes et ceci même par faible vent. Il faut également préciser que la nature de ce déferlement n'est pas unique. En fonction des

caractéristiques du bord de côte et la hauteur des vagues, ce déferlement pourra être de type glissant, plongeant ou gonflant (figure 0.3). Il est donc clair que, si nous devons modéliser le champ électromagnétique diffusé par des vagues côtières déferlantes, nous devons faire appel à la théorie hydrodynamique. Ce point constitue une difficulté non négligeable dans le travail réalisé et présenté dans ce manuscrit.

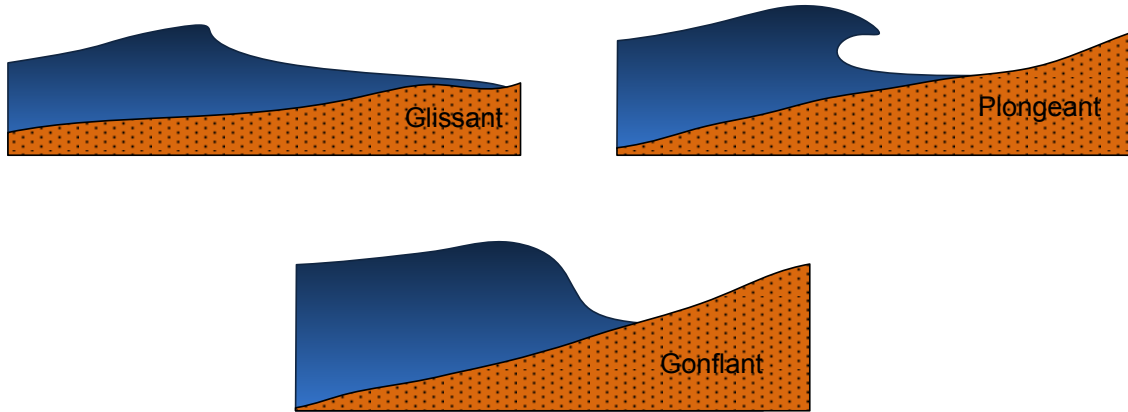


FIGURE 0.3: Description de types de déferlement

Le problème hydrodynamique est loin de présenter la seule difficulté du travail de thèse. D'un point de vue électromagnétique, une vague déferlante se résume à un objet courbé constitué d'un diélectrique fortement conducteur (salinité de l'eau de mer) ayant des parties concave et saillante fortement prononcées. Vu que la forme de l'objet n'est pas canonique, les modélisations analytiques sont a priori à exclure. Pour des fréquences élevées de type bande-X ou au delà, une modélisation par théorie de rayon peut se révéler pertinente [20, 21]. Cependant, dans le contexte des ondes *GPS*, la longueur d'onde est de l'ordre d'une vingtaine de centimètres. A cette échelle, les dimensions des parties concaves sont loin d'être gigantesques. Pour le déferlement de type plongeant par exemple, nous aurons des effets de cavité qui seront incompatibles avec une approximation de type rayon (figure 0.4). Enfin, nous nous sommes placés délibérément dans un contexte où l'observateur est proche de la surface ce qui implique que le calcul du champ électromagnétique diffusé par les vagues doit être précis.

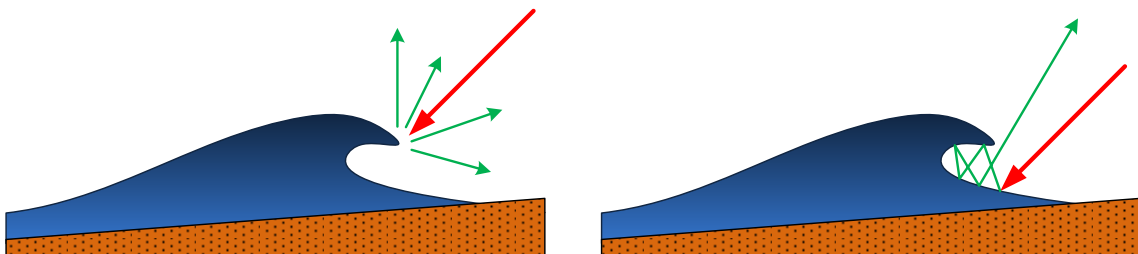


FIGURE 0.4: Diffraction sur la crête et multiple réflexion sur la cavité de la vague

Approche méthodologique

Comme nous l'avons précédemment indiqué, les méthodes statistiques, les méthodes analytiques ou les méthodes fondées sur les approximations de la théorie de rayon ne conviennent pas à notre problématique. Notre choix s'est naturellement porté sur les approches numériques. Il existe de nombreuses méthodes numériques (Méthode des Moments, Méthode des Éléments Finis, ...) dont les caractéristiques intrinsèques s'adaptent plus ou moins bien à la problématique traitée. Le choix parmi ces approches n'est d'ailleurs pas une chose aisée et la pertinence d'une méthode par rapport à une autre fait d'ailleurs l'objet de débats réguliers au sein de la communauté de la modélisation numérique en électromagnétisme.

Dans notre cas, la surface de mer est un espace ouvert que l'on peut réduire en première approximation à une simple interface air-eau salée. La Méthode des Moments (MmM) appliquée aux équations intégrales de frontière constitue une méthodologie numérique pertinente dans ce contexte. Nous avons privilégié cette approche dans ce travail de thèse. Toutefois, ce travail se propose d'appliquer cette méthode à la diffusion électromagnétique par des vagues déferlantes possédant une forte courbure. Or, les modélisations numériques par la méthode MmM possédaient de mauvaises performances lorsqu'on utilise pour traiter le cas des surfaces très courbées [22]. Il est donc clair que la méthode MmM dites « MmM-Classique » ne répondra pas à notre problématique. Notre démarche a donc été de partir de la méthode MmM-Classique et de voir dans quelle mesure des généralisations pouvaient améliorer la convergence numérique de notre problème.

C'est ainsi que nous avons proposé d'utiliser la Méthode des Moments d'Ordre Supérieur (MmM-OS) qui utilise une description polynomiale du courant de surface. Toutefois la méthode MmM-OS seule ne change rien quant à la description géométrique de la surface proprement dite. C'est pourquoi nous avons été amenés à considérer une méthode MmM-OS combinée avec la technique de maillage *Non Uniform Rational Basis Splines (NURBS)* [23]. Cette technique a montré son efficacité pour modéliser la diffusion par une surface large présentant une forte courbure en générale et semblait très bien adaptée pour notre problématique.

La modélisation électromagnétique étant réalisée, une tâche fondamentale a été de mettre en œuvre ces approches dans le contexte maritime. Même si dans un premier temps nous avons considéré des surfaces de mer linéaires générées à partir d'un spectre de mer [24, 25], nous avons surtout porté notre attention sur les vagues déferlantes et en particulier sur les vagues déferlantes côtières [26]. Pour cela, une analyse hydrodynamique s'est avérée indispensable. Compte tenu de la spécificité de notre travail, la génération de profils de vagues déferlantes côtières à partir d'un outil de modélisation hydrodynamique basé sur la Méthode Desingularisée [27] a constitué un des objets de notre travail. Cet outil a en effet permis d'étudier l'évolution des vagues en fonction de la pente du fond, de la hauteur relative et de la cambrure des vagues.

Organisation du manuscrit

Le travail réalisé dans ce manuscrit s'articule autour de deux parties principales. Une première partie cherche avant tout à traiter le problème de la diffusion électromagnétique dans le contexte plus général. La seconde partie étudie la diffusion par les vagues dans le contexte maritime en particulier. Chacune de ces deux parties est constituée de deux chapitres.

Dans le premier chapitre, nous introduisons les éléments théoriques nécessaires pour modéliser la diffusion électromagnétique en toute généralité. A partir des équations de Maxwell, nous formalisons les équations du rayonnement et de la diffusion. Nous rappelons également quelques méthodes existantes pour modéliser un problème de diffusion. Par des arguments

généraux, nous justifions le choix méthodologique que nous avons retenus ; c'est à dire le choix de la méthode intégrale de frontière discrétisée avec la Méthode des Moments. Ce chapitre se terminera par la construction des deux équations fondamentales sur lesquelles nous nous appuierons dans la suite du manuscrit : l'Équation Intégrale du Champ Électrique (EICE) et l'Équation Intégrale du Champ Magnétique (EICM).

Au cours du chapitre deux, nous commençons par rappeler le principe et l'utilisation de la méthode MdM-Classique pour introduire une première généralisation que constitue la méthode MdM-OS pour enfin terminer par la description de l'approche MdM-OS+*NURBS*. Nous analysons en particulier l'influence de certains paramètres comme le choix des fonctions de base et de test ou celui de la technique de maillage. Dans un certain nombres de cas, nous illustrons l'application de ces méthodes et mettons en évidence leurs limites et leurs avantages respectifs sur des objets de forme canonique et des surfaces rugueuses.

Dans le troisième chapitre, nous résumons les techniques de modélisation et de description des vagues. Nous abordons les modèles statistiques de la mer du vent et les théories hydrodynamiques de modélisation du mouvement de la houle. Toutefois, une attention particulière est portée aux approches hydrodynamiques de modélisation des vagues déferlantes. Ces modèles nous permettront de générer par la suite les profils des vagues déferlantes en fonction de la pente du fond, de la hauteur relative et de la cambrure des vagues.

Quant au quatrième chapitre, il présente des résultats de simulations en bande L de l'interaction des ondes électromagnétiques avec les vagues déferlantes de type glissant, plongeant et gonflant. Au final, nous montrons que ces simulations peuvent donner lieu à une analyse temps-fréquences du mouvement de vagues.

Enfin, nous terminerons ce manuscrit par une conclusion générale qui dresse le bilan du travail réalisé et les différentes perspectives offertes à ce travail.

Première partie

**Ondes électromagnétiques et
méthodes de calcul**

CHAPITRE 1

Rayonnement et diffusion EM

La modélisation électromagnétique est un art pour présenter, décrire et visualiser l'interaction des champs électromagnétiques avec des objets physiques et leur environnement. Elle implique la résolution des équations de Maxwell dans des milieux donnés. En basse fréquence¹, dans laquelle nous pouvons dissocier le champ électrique du champ magnétique [28], la modélisation peut être classifiée selon les modèles électrostatique, magnétostatique et magnétodynamique [29]. En haute fréquence, il est impossible de dissocier ces champs donc ils sont modélisés simultanément sous forme d'ondes électromagnétiques. Deux mécanismes principaux ressortent de la modélisation en haute fréquence : le rayonnement et la diffusion².

Le rayonnement électromagnétique consiste à caractériser le champ généré par des sources actives connues alors que la diffusion électromagnétique a pour but de trouver la déviation de champs incidents par un objet purement passif. Même si ces deux problématiques semblent bien différentes, le formalisme mathématique et les outils de simulations afficheront dans ces deux cas de nombreuses similitudes. On notera ainsi qu'un diffuseur dit passif pourra être assimilé à une ou des sources secondaires de rayonnement induites par des champs incidents. En ce qui concerne le travail de modélisation présenté dans ce manuscrit, nous nous plaçons dans la problématique de la diffusion électromagnétique.

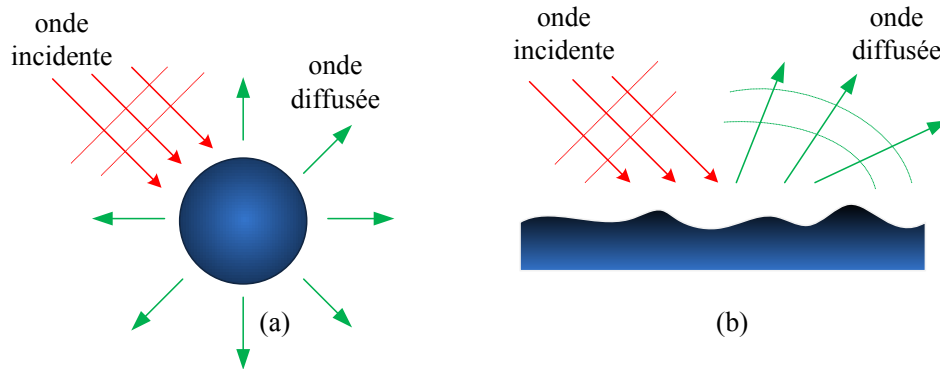


FIGURE 1.1: Diffuseurs EM (a) objet canonique (b) surface naturelle

D'un point de vue général, une modélisation de la diffusion électromagnétique peut être amenée à considérer des objets canoniques ou des objets non-canoniques comme des surfaces

1. La classification de « basse et haute » fréquence est basée sur la norme de l'Union Internationale de la Télécommunication (UIT)

2. Il convient de distinguer le rayonnement ou la diffusion électromagnétiques qui sont les phénomènes à étudier et l'onde électromagnétique qui est une des représentations des phénomènes.

naturelles (figure 1.1). Le formalisme théorique pour modéliser les champs diffusés par ces deux types d'objets est le même. Toutefois, l'expression explicite du champ diffusé sera dans bien des cas fondamentalement différente. Pour les objets canoniques simples telle que les sphères ou les surfaces planes, il est possible d'établir une expression analytique du champ diffusé. Ceci n'est absolument pas le cas de formes plus élaborées comme un avion ou un bateau où seules des approximations numériques ou approximatives sont envisageables. Par ailleurs, les objets non-canoniques peuvent être classés en différentes catégories. Ainsi, un avion ou un bateau se caractérise par une géométrie déterministe de taille finie, bien qu'en général très grande par rapport à la longueur d'onde, comportant de nombreux sous éléments de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde.

Une surface naturelle telle que la surface maritime ou la surface terrestre sera, de part l'immensité de son étendue, le plus souvent assimilée à un objet de taille infinie. Selon les points de vue, elle pourra aussi être considérée comme un objet à la géométrie déterministe (modèle de houle) ou au contraire une surface rugueuse dont seuls quelques paramètres statistiques sont déterminés. Par ailleurs, dans beaucoup d'applications, il est nécessaire de combiner différentes approches de modélisation. C'est le cas par exemple du calcul du champ diffusé par la mer en présence d'un bateau.

Dans le cas qui nous occupe, nous considérons une diffusion électromagnétique par une portion limitée d'une surface de mer (partie côtière) essentiellement décrite par un modèle hydrodynamique. Nous privilégierons donc les approches électromagnétiques adaptées à une description déterministe.

Dans ce premier chapitre, nous allons rappeler d'une manière générale les éléments théoriques nécessaires pour modéliser la diffusion électromagnétique. A partir des équations de Maxwell, nous dérivons les équations du rayonnement, puis les équations de la diffusion électromagnétique. Nous ferons ensuite un panorama succinct des méthodes existantes pour modéliser un problème de la diffusion et essaierons de montrer que la modélisation par intégrale de frontière constitue l'une des approches les plus pertinentes pour notre problématique de la diffusion EM par les vagues déferlantes. A la fin du chapitre, nous développons un couple d'équations intégrales principales sur lequel notre travail de modélisation sera fondé : l'Équation Intégrale du Champ Électrique (EICE) et l'Équation Intégrale du Champ Magnétique (EICM).

1.1 Rappels électromagnétiques

Le comportement des champs électromagnétiques dans un milieu donné correspond à celui décrit par les équations de Maxwell et les relations relatives aux matériaux qui constituent ce milieu [30]. Dans un milieu linéaire, homogène et isotrope (LHI)³, nous pouvons considérer l'état « régime permanent » dans lequel toutes les quantités des champs sont simplement périodiques dans le temps [31, 32, 33].

Équations de Maxwell

Notre contexte de travail est celui d'une onde monochromatique pour laquelle nous choisissons la convention du temps $\exp(i\omega t)$. Les équations de Maxwell s'annoncent alors sous forme [34] :

3. Un milieu est dit « linéaire » si ϵ et μ sont indépendants des champs \mathbf{E} et \mathbf{H} . Il est dit « homogène » si ϵ et μ ne dépendent pas du point considéré. Il est dit « isotrope » si en tout point donné, ϵ , μ et σ sont des scalaires.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mathbf{M} - i\omega\mathbf{B} \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + i\omega\mathbf{D} \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = q_e \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = q_m \quad (1.4)$$

où ∇ est l'opérateur « Nabla », \mathbf{E} et \mathbf{H} sont respectivement les champs totaux électrique et magnétique, \mathbf{D} et \mathbf{B} sont respectivement les inductions électrique et magnétique, \mathbf{J} et \mathbf{M} sont respectivement les courants électrique et magnétique, q_e et q_m sont respectivement les charges électrique et magnétique⁴.

Relations relatives aux matériaux

Dans un milieu LHI, il est possible d'établir les relations relatives aux matériaux considérés :

$$\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \quad (1.6)$$

$$\mathbf{J} = \sigma_e\mathbf{E} \quad (1.7)$$

$$\mathbf{M} = \sigma_m\mathbf{H} \quad (1.8)$$

où ϵ est la permittivité électrique, μ est la perméabilité magnétique, σ_e est la conductivité électrique et σ_m est la conductivité magnétique.

Équations de conservation des charges

Les courants et les charges sont liés par les équations de conservation des charges suivantes :

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -i\omega q_e \quad (1.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{M} = -i\omega q_m \quad (1.10)$$

Potentiels scalaire et vecteur

Pour faciliter la résolution de nombreux problèmes électromagnétiques, il est possible de faire appel aux potentiels scalaires et potentiels vecteurs des champs. Les potentiels scalaires sont définis par les relations :

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi_e \quad (1.11)$$

$$\mathbf{H} = -\nabla\Phi_m \quad (1.12)$$

et les potentiels vecteurs sont donnés par les relations :

$$\mathbf{D} = \nabla \times \mathbf{A}_e$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}_m$$

où Φ_e et Φ_m sont respectivement les potentiels scalaires électrique et magnétique, \mathbf{A}_e et \mathbf{A}_m sont respectivement les potentiels vecteurs électrique et magnétique.

4. Le courant magnétique (\mathbf{M}) et la charge magnétique (q_m) ne sont pas des quantités physiques, mais des quantités utilisées pour généraliser les études du rayonnement électromagnétique.

Conditions de passage

Lorsque les champs électromagnétiques traversent deux milieux (A et B) ayant des propriétés électromagnétiques différentes, la structure du champ électromagnétique est définie par des conditions de passage entre ces deux milieux. Les champs électrique et magnétique sont ainsi décomposés en composantes tangentielle et normale sur la surface comme le montre la figure (1.2) :

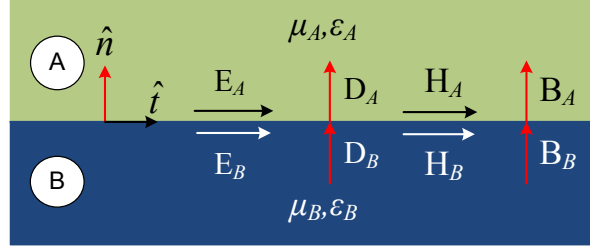


FIGURE 1.2: Condition de passage entre deux milieux

Dans la forme générale, les conditions de passage du milieu A au milieu B s'écrivent :

$$\hat{n} \times (\mathbf{E}_A - \mathbf{E}_B) = -\mathbf{M}_s \quad (1.13)$$

$$\hat{n} \times (\mathbf{H}_A - \mathbf{H}_B) = \mathbf{J}_s \quad (1.14)$$

$$\hat{n} \cdot (\mathbf{D}_A - \mathbf{D}_B) = q_{es} \quad (1.15)$$

$$\hat{n} \cdot (\mathbf{B}_A - \mathbf{B}_B) = q_{ms} \quad (1.16)$$

Les indices A et B indiquent les milieux concernés, \mathbf{J}_s et \mathbf{M}_s sont respectivement les courants surfaciques électrique et magnétique, q_{es} et q_{ms} sont respectivement les charges surfaciques électrique et magnétique, \hat{n} et \hat{t} sont respectivement les vecteurs unités dans les directions normale et tangente à la surface.

Dualité électrique-magnétique

La forme des équations (1.1) à (1.16) montre la dualité entre les quantités électriques et magnétiques [31]. Connaître l'expression des premières permet de déterminer l'expression des secondes et vice-versa. Les quantités utilisées dans ce manuscrit ainsi que la règle de conversion sont données dans le tableau de dualité électrique-magnétique (tableau 1.1) :

Quantités	Conversion	
	Électrique \rightarrow Magnétique	Magnétique \rightarrow Électrique
Champ	$\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{H}$	$\mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{E}$
Induction	$\mathbf{D} \rightarrow \mathbf{B}$	$\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{D}$
Courant	$\mathbf{J} \rightarrow \mathbf{M}$	$\mathbf{M} \rightarrow -\mathbf{J}$
Constant	$\epsilon \rightarrow \mu$	$\mu \rightarrow \epsilon$
Charge	$q_e \rightarrow q_m$	$q_m \rightarrow -q_e$
Conductivité	$\sigma_e \rightarrow \sigma_m$	$\sigma_m \rightarrow \sigma_e$
Potentiel scalaire	$\Phi_e \rightarrow \Phi_m$	$\Phi_m \rightarrow -\Phi_e$
Potentiel vecteur	$\mathbf{A}_e \rightarrow \mathbf{A}_m$	$\mathbf{A}_m \rightarrow -\mathbf{A}_e$

TABLE 1.1: Dualité électrique-magnétique

1.2 Rayonnement électromagnétique

Les équations de Maxwell révèlent le phénomène du rayonnement qu'on modélise sous forme des équations d'ondes électromagnétiques⁵. Ces équations sont obtenues en prenant le rotationnel des deux premières équations de Maxwell (1.1 et 1.2) :

$$(\nabla^2 + k^2) \mathbf{E} = i\omega\mu\mathbf{J} + \frac{1}{\epsilon}\nabla q_e + \nabla \times \mathbf{M} \quad (1.17)$$

$$(\nabla^2 + k^2) \mathbf{H} = i\omega\epsilon\mathbf{M} + \frac{1}{\mu}\nabla q_m - \nabla \times \mathbf{J} \quad (1.18)$$

où $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = 2\pi/\lambda$ est le nombre d'onde, $\omega = 2\pi f$ est la pulsation d'onde et f est la fréquence d'onde. La résolution de ces équations est déterminée à l'aide des potentiels scalaire et vecteur des champs :

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi_e - i\omega\mathbf{A}_e - \frac{1}{\epsilon}\nabla \times \mathbf{A}_m \quad (1.19)$$

$$\mathbf{H} = -\nabla\Phi_m - i\omega\mathbf{A}_m - \frac{1}{\mu}\nabla \times \mathbf{A}_e \quad (1.20)$$

En respectant les jauges de Lorenz⁶ comme suit :

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_e + i\omega\epsilon\mu\Phi_e = 0 \quad (1.21)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_m + i\omega\epsilon\mu\Phi_m = 0 \quad (1.22)$$

Nous avons quatre équations de Helmholtz non-homogènes plus simple à résoudre :

$$(\nabla^2 + k^2) \Phi_e = -\frac{q_e}{\epsilon} \quad (\nabla^2 + k^2) \mathbf{A}_e = -\mu\mathbf{J} \quad (1.23)$$

$$(\nabla^2 + k^2) \Phi_m = -\frac{q_m}{\mu} \quad (\nabla^2 + k^2) \mathbf{A}_m = -\epsilon\mathbf{M} \quad (1.24)$$

L'approche théorique la plus courante pour résoudre ces équations est d'utiliser les propriétés de la fonction de Green [35]. La fonction de Green est une fonction qui donne le champ observé en un point induit par une source ponctuelle. Chaque équation aux dérivées partielles a sa propre fonction de Green. Elle varie selon la géométrie et des conditions aux frontières. Les fonctions de Green en espace libre pour les équations de Helmholtz en systèmes de coordonnées 2D et 3D s'écrivent respectivement :

$$\text{cas 2D} \quad G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{i}{4}H_0^{(2)}(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \quad (1.25)$$

$$\text{cas 3D} \quad G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\exp(-ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (1.26)$$

5. Le rayonnement EM désigne une forme de transfert d'énergie qui peut être décrite de manière corpusculaire (photon) ou de manière ondulatoire (onde EM). Dans ce manuscrit, la deuxième description est adoptée.

6. Les jauges de Lorenz ne sont pas des lois physiques, ce sont des conditions imposées qui permettent une description totalement relativiste des ondes électromagnétiques

où \mathbf{r} et \mathbf{r}' indiquent respectivement les points d'observation et de source, G est la fonction de Green, et $H_0^{(2)}$ est la fonction de Hankel de deuxième type d'ordre 0. Dans la suite de notre travail, nous avons besoin également de gradients de ces fonctions de Green, ils sont donnés par :

$$\text{cas 2D} \quad \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{i}{4} \left(\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) \left(-k H_1^{(2)}(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \right) \quad (1.27)$$

$$\text{cas 3D} \quad \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \mathbf{r} (1 + ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \frac{\exp(-ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \quad (1.28)$$

où $H_1^{(2)}$ désigne la fonctions de Hankel du deuxième type d'ordre 1. Pour généraliser notre étude, nous utilisons le système de coordonnées 3D pour dériver les formulations des systèmes. Les formulations pour la structure 2D peuvent être dérivées à partir de la structure 3D.

Les résolutions pour chaque équation de Helmholtz (1.23) à (1.24) sont :

$$\Phi_e(\mathbf{r}) = \int \frac{q_e(\mathbf{r}')}{\epsilon} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad \mathbf{A}_e(\mathbf{r}) = \int \mu \mathbf{J}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (1.29)$$

$$\Phi_m(\mathbf{r}) = \int \frac{q_m(\mathbf{r}')}{\mu} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad \mathbf{A}_m(\mathbf{r}) = \int \epsilon \mathbf{M}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (1.30)$$

En remplaçant tous les potentiels scalaires et vecteurs dans les équations (1.19) et (1.20) par les résultats obtenus dans les équations (1.29) et (1.30), nous obtenons les résolutions des équations d'onde électromagnétique sous les formes intégrales suivantes :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int \left\{ -i\omega\mu\mathbf{J}G + \frac{q_e}{\epsilon}\nabla'G - \mathbf{M} \times \nabla'G \right\} d\mathbf{r}' \quad (1.31)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \int \left\{ -i\omega\epsilon\mathbf{M}G + \frac{q_m}{\mu}\nabla'G + \mathbf{J} \times \nabla'G \right\} d\mathbf{r}' \quad (1.32)$$

Avec les équations de conservation des charges (1.9) et (1.10), nous pouvons remplacer toutes les charges avec la divergence de courants :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int \left\{ -i\omega\mu\mathbf{J}G - \frac{(\nabla' \cdot \mathbf{J})}{i\omega\epsilon}\nabla'G - \mathbf{M} \times \nabla'G \right\} d\mathbf{r}' \quad (1.33)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \int \left\{ -i\omega\mu\mathbf{M}G - \frac{(\nabla' \cdot \mathbf{M})}{i\omega\mu}\nabla'G + \mathbf{J} \times \nabla'G \right\} d\mathbf{r}' \quad (1.34)$$

1.2.1 Champs proche et lointain

Si les équations de Maxwell décrivent le champ électromagnétique dans sa globalité, il est possible de décrire ce champ différemment en fonction de la distance d'observation. Cette classification permet de faire des hypothèses de simplification dans certain cas. Selon ce critère, on pourra distinguer deux zones de rayonnement liées à la nature des champs : « champ proche » ou « champ lointain ». Comme le montre la figure (1.3), la classification est liée à la « taille » de la source ainsi qu'à la longueur d'onde et la limite est donnée par la grandeur $d = 2l^2/\lambda$, où l désigne la plus grande taille de la source et λ est la longueur d'onde.

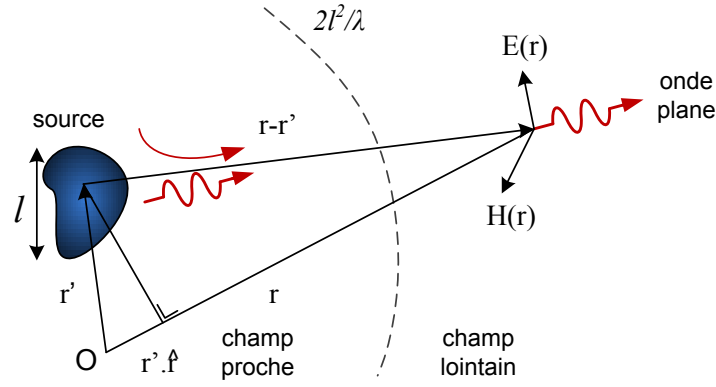


FIGURE 1.3: Champs proche et lointain

Champ proche

D'après l'équation de rayonnement (1.31), la première composante à droite varie selon $1/r$, alors que les deux autres qui contiennent le gradient de la fonction de Green, varient en fonction de $1/r^3$. La première composante, appelée propagative, se comporte comme une « onde plane » [34]. La deuxième composante, appelée évanescente, diminue de façon significative en fonction de la distance de la source. Néanmoins, dans la région de champ proche, nous devons considérer les deux composantes. Une résolution complète des équations (1.33) et (1.34) est exigée pour calculer le champ rayonné.

Champ lointain

Dans cette zone, nous pouvons conserver seulement la composante propagative du champ. Le champ électrique lointain devient alors :

$$\mathbf{E}(r) = -i\omega \mathbf{A}_e \quad (1.35)$$

et le champ magnétique lointain est obtenu à partir de cette équation :

$$\mathbf{H}(r) = \frac{1}{\eta} \hat{r} \times \mathbf{E}(r) \quad (1.36)$$

où $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ est l'impédance d'onde et \hat{r} est le vecteur unité de la direction de propagation. Nous pouvons également considérer une approximation de la fonction de Green pour le champ lointain. En approchant la distance $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ par :

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \begin{cases} r - \mathbf{r}' \cdot \hat{r} & \text{pour la variation de phase} \\ r & \text{pour la variation de l'amplitude} \end{cases} \quad (1.37)$$

les fonctions de Green 2D et 3D dans ce cas deviennent respectivement :

$$\text{cas 2D} \quad G(r) = \lim_{r \rightarrow \infty} -\frac{i}{4} \sqrt{\frac{2i}{\pi k r}} \exp(-ik(r - \mathbf{r}' \cdot \hat{r})) \quad (1.38)$$

$$\text{cas 3D} \quad G(r) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\exp(-ik(r - \mathbf{r}' \cdot \hat{r}))}{4\pi r} \quad (1.39)$$

1.2.2 Onde plane monochromatique

Dans la pratique, deux scénarios de rayonnement peuvent se produire et la résolution proposée pour modéliser le phénomène est aussi différente.

- Le phénomène a été provoqué par des sources internes dans un volume fini. Dans cette condition, notre démarche est de calculer les champs à partir de ces sources en utilisant les équations (1.31) et (1.32).
- Le phénomène a été produit par des sources rejetées au delà de la frontière et nous n'avons aucune information concernant la source qui provoque cette émission. La condition à la frontière sera donnée naturellement par une « onde incidente ».

Le modèle le plus utilisé pour représenter une onde incidente est celui de l'onde plane monochromatique⁷. Le modèle de propagation de cette onde est montré dans la figure (1.4). Les champs électrique et magnétique sont perpendiculaires entre eux et perpendiculaires avec la direction de la propagation.

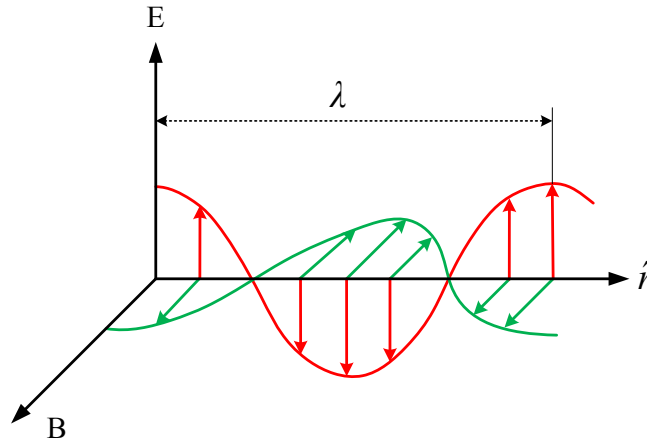


FIGURE 1.4: Propagation d'onde plane

L'un des caractères de l'onde électromagnétique qui la différencie des autres ondes (onde sonore par exemple) est le phénomène de polarisation. La polarisation correspond à la direction et l'amplitude du champ électrique autour de son axe de propagation. En tenant compte de la polarisation, les équations d'onde plane électromagnétique sont données par :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{p}_e |\mathbf{E}| \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \quad (1.40)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{p}_m |\mathbf{H}| \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \quad (1.41)$$

où \mathbf{p}_e et \mathbf{p}_m sont respectivement la polarisation d'onde électrique et magnétique. En effet, il existe plusieurs sortes de polarisation dont nous pouvons citer :

- Polarisation linéaire : la projection du champ reste toujours dans le même axe
- Polarisation circulaire : le champ tourne autour de son axe et sa projection forme un cercle
- Polarisation elliptique : le champ tourne autour de son axe et change d'amplitude pour former une ellipse.

L'illustration de ces trois types de polarisation est montrée dans la figure (1.5).

⁷. Onde plane monochromatique est une onde qui contient une seule fréquence. En effet, il n'existe pas rigoureusement d'onde plane purement monochromatique dans la nature car celle-ci a une énergie infinie.

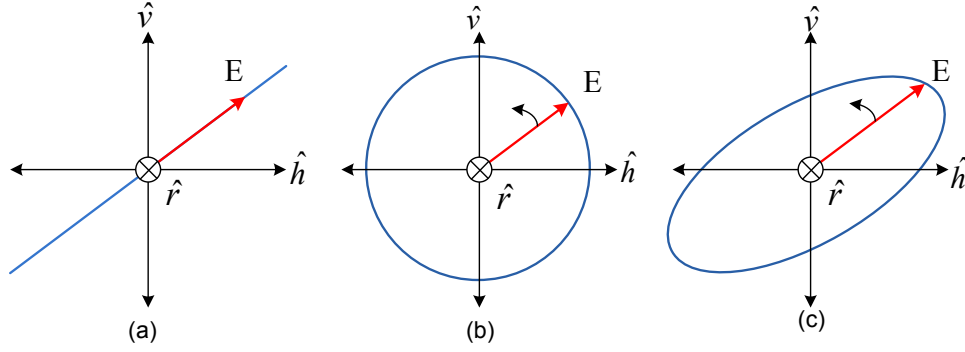


FIGURE 1.5: Polarisation d'onde plane (a) linéaire (b) circulaire (c) elliptique

En choisissant la direction de l'onde incidente comme plan de référence, la polarisation d'onde peut se définir avec deux composantes orthonormales fixes à ce plan :

- Composante horizontale \hat{h} ou perpendiculaire (\perp)
- Composante verticale \hat{v} ou parallèle (\parallel).

La polarisation des champs électrique et magnétique dans les équations (1.40) et (1.41) peut être décomposée de la manière suivante :

$$\mathbf{p}_e = c_h \hat{h} + c_v \hat{v} \quad (1.42)$$

$$\mathbf{p}_m = c_v \hat{h} - c_h \hat{v} \quad (1.43)$$

où c_h et c_v sont respectivement les constantes des polarisations horizontale et verticale. Les vecteurs de base adoptés pour désigner la direction de propagation (\hat{r}), la composante de polarisation horizontale (\hat{h}) et la composante de polarisation verticale (\hat{v}) sont donnés par les relations suivantes :

$$\hat{r} = \sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z} \quad (1.44)$$

$$\hat{h} = -\sin \phi \hat{x} + \cos \phi \hat{y} \quad (1.45)$$

$$\hat{v} = \cos \theta \cos \phi \hat{x} + \cos \theta \sin \phi \hat{y} - \sin \theta \hat{z} \quad (1.46)$$

Dans d'autres références, on utilise également le terme des polarisations TM et TE pour désigner les composantes de polarisation. Cependant, en comparant ces œuvres scientifiques, nous constatons l'inconsistance de l'utilisation de ces termes. Kong [36] et Naqvi [37] utilisent TE pour désigner la polarisation horizontale alors que Gibson [34] et Peterson [38] l'utilisent pour la polarisation verticale. Pour éviter toute ambiguïté, nous n'utilisons pas ces termes par la suite.

1.3 Diffusion électromagnétique

Nous avons évoqué le fait que le problème de la diffusion peut être considéré comme un problème du rayonnement dans lequel les sources rayonnantes (courants et charges) sont générées par les sources extérieures. Le principe de Huygens-Fresnel⁸ et le théorème d'extinction illustrent parfaitement cette interprétation.

8. Le principe de Huygens-Fresnel qui a servi en premier temps pour expliquer le phénomène d'onde lumière s'énonce : « Chaque point p d'une surface s atteint par la lumière peut être considéré comme une *source secondaire* émettant une onde sphérique dont l'amplitude et la phase sont celles de l'onde incidente au point p »

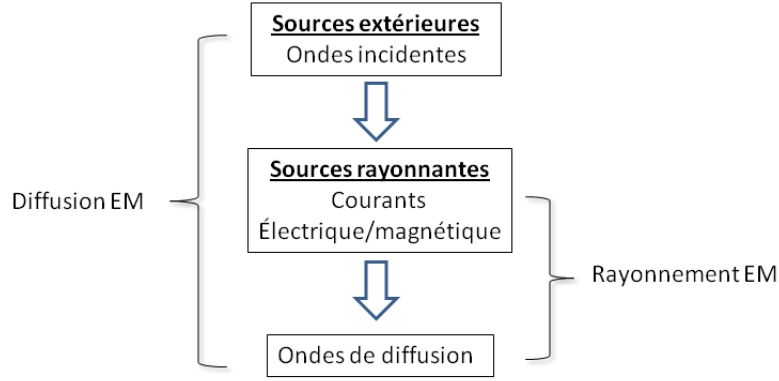


FIGURE 1.6: Problèmes du rayonnement et de la diffusion EM

Les sources extérieures sont caractérisées par des ondes incidentes $(\mathbf{E}^{inc}, \mathbf{H}^{inc})$. Ces ondes provoquent l'apparition de sources rayonnantes sur la surface. Les sources rayonnantes créent à leur tour les champs diffusés $(\mathbf{E}^{dif}, \mathbf{H}^{dif})$. Les champs totaux dans l'espace sont la somme des champs incidents et diffusés :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^{inc}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}^{dif}(\mathbf{r}) \quad (1.47)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}) + \mathbf{H}^{dif}(\mathbf{r}) \quad (1.48)$$

Avec la technique de courant équivalent, les champs diffusés sont exprimés par les courants de surface [39] :

$$\mathbf{E}^{dif}(\mathbf{r}) = \int \left\{ -i\omega\mu\mathbf{J}_s G - \frac{(\nabla' \cdot \mathbf{J}_s)}{i\omega\epsilon} \nabla' G - \mathbf{M}_s \times \nabla' G \right\} d\mathbf{r}' \quad (1.49)$$

$$\mathbf{H}^{dif}(\mathbf{r}) = \int \left\{ -i\omega\mu\mathbf{M}_s G - \frac{(\nabla' \cdot \mathbf{M}_s)}{i\omega\mu} \nabla' G + \mathbf{J}_s \times \nabla' G \right\} d\mathbf{r}' \quad (1.50)$$

Les équations (1.49) et (1.50) peuvent être réécrites sous la formulation de « Stratton-Chu » qui exprime les sources rayonnantes sous forme des composantes tangentielle et normale des champs [40].

$$\mathbf{E}^{dif}(\mathbf{r}) = \int \left\{ -i\omega\mu G [\hat{n}' \times \mathbf{H}] + [\hat{n}' \cdot \mathbf{E}] \nabla' G + [\hat{n}' \times \mathbf{E}] \times \nabla' G \right\} d\mathbf{r}' \quad (1.51)$$

$$\mathbf{H}^{dif}(\mathbf{r}) = \int \left\{ i\omega\mu G [\hat{n}' \times \mathbf{E}] + [\hat{n}' \cdot \mathbf{H}] \nabla' G + [\hat{n}' \times \mathbf{H}] \times \nabla' G \right\} d\mathbf{r}' \quad (1.52)$$

La comparaison terme à terme des courants surfaciques équivalents avec le formalisme de Stratton-Chu donne les relations [36] :

$$\mathbf{J}_s = \hat{n}' \times \mathbf{H} \quad \mathbf{M}_s = -\hat{n}' \times \mathbf{E} \quad (1.53)$$

$$q_{es} = \epsilon \hat{n}' \cdot \mathbf{E} \quad q_{ms} = \mu \hat{n}' \cdot \mathbf{H} \quad (1.54)$$

Il est également important de noter que dans le problème de la diffusion en champ proche, on s'intéresse directement aux valeurs des champs diffusés ou des courants de surface. Cependant, pour le problème en champ lointain, le terme plus informatif est donné par la Surface Équivalente Radar.

1.3.1 Surface Équivalente Radar (SER)

La Surface Équivalente Radar (SER) ou *the Radar Cross Section (RCS)* en anglais indique la surface de réflexion d'une onde incidente par un objet qui peut être utilisée pour designer le niveau de la détectabilité de tel objet. Principalement, celle-ci dépend de la forme et la nature du matériau de l'objet ainsi que la géométrie d'observation. Par définition, la SER se définit comme le rapport entre le flux de puissance du champ de diffusion et celui du champ incident en champ lointain et est donnée par :

$$\text{SER} = \lim_{r \rightarrow \infty} S_t \frac{(\mathbf{E}^{dif} \cdot \mathbf{E}^{dif*})}{(\mathbf{E}^{inc} \cdot \mathbf{E}^{inc*})} = \lim_{r \rightarrow \infty} S_t \frac{(\mathbf{H}^{dif} \cdot \mathbf{H}^{dif*})}{(\mathbf{H}^{inc} \cdot \mathbf{H}^{inc*})} \quad (1.55)$$

S_t est la surface totale qui couvre la source : la surface d'un cercle pour le système 2D ($S_t = 2\pi r$) et la surface d'une sphère pour le cas 3D ($S_t = 4\pi r^2$). En utilisant la base de polarisation horizontale et verticale dans les équations (1.44) et (1.46), La SER peut être composée selon les quatre termes suivants :

$$\text{SER} = \begin{bmatrix} \text{SER-hh} & \text{SER-vh} \\ \text{SER-hv} & \text{SER-vv} \end{bmatrix} \quad (1.56)$$

Les indices indiquent respectivement la polarisation d'onde de diffusion et d'onde incidente. Les SER-hh et SER-vv comparent l'onde de diffusion et l'onde incidente par la même polarisation (co-polarisation) alors que les SER-hv et SER-vh comparent l'onde d'une polarisation différente (polarisation-croisée). Nous notons que les termes de polarisation croisée existent seulement dans le cas 3D. Les SER peuvent être calculées directement à partir des courants électrique et magnétique en utilisant les relations suivantes :

$$\text{SER-h}_{\underline{\quad}} = K_{\text{SER}} \left| \int (\eta \mathbf{J}_s \cdot \hat{h} + \mathbf{M}_s \cdot \hat{v}) \exp(ik\mathbf{r}' \cdot \hat{r}) d\mathbf{r}' \right|^2 \quad (1.57)$$

$$\text{SER-v}_{\underline{\quad}} = K_{\text{SER}} \left| \int (\eta \mathbf{J}_s \cdot \hat{v} + \mathbf{M}_s \cdot \hat{h}) \exp(ik\mathbf{r}' \cdot \hat{r}) d\mathbf{r}' \right|^2 \quad (1.58)$$

où η est l'impédance d'onde, $K_{\text{SER}} = k/4$ pour le cas 2D et $K_{\text{SER}} = k^2/4\pi$ pour le cas 3D, le sous-tiré indique la polarisation de l'onde incidente. Dans certaines applications, il est courant de normaliser les SER « SER Normalisée (SERN) ». La normalisation la plus utilisée que nous adoptons dans ce manuscrit est effectuée avec la puissance de l'onde incidente sur la surface [36].

1.4 Méthodes de calcul diffusion EM

Les méthodes de résolution des problèmes de la diffusion électromagnétique peuvent être classifiées en trois catégories : analytiques, asymptotiques et numériques. Avant tout, il est important de souligner qu'il n'existe pas une méthode « parfaite » applicable dans tous les cas de figure. Chaque méthode a ses avantages et ses inconvénients et nécessite une certaine analyse critique. Une méthode peut être plus précise mais prendre trop de temps de calcul ou être moins performante voire complètement inapplicable sous certaines conditions. Connaître les caractéristiques principales de ces méthodes est nécessaire avant de choisir une approche parfaitement adaptée à notre problématique.

1.4.1 Méthodes analytiques

Les méthodes analytiques sans simplification donne la résolution dite « exacte ». Cependant, l'utilisation de ces méthodes est très limitée pour des géométries simples. Quoi qu'il en soit, dès qu'une approche analytique est envisageable, elle doit être privilégiée. Dans notre contexte, les approches analytiques pour des formes canoniques simples servira surtout à valider des approches numériques destinées à des configurations plus complexes. Nous présentons deux formulations analytiques pour déterminer les champs diffusés par un cylindre de longueur infinie et par une sphère.

1.4.1.1 Cylindre de longueur infinie (référence 2D)

L'une des formes géométriques classiques 2D que l'on peut traiter analytiquement est le cylindre de longueur infinie illuminé par une onde plane. Les courants de surface ainsi que les champs diffusés sont exprimés sous forme des séries des fonctions de Hankel et de Bessel [41, 42, 43].

Dans le cas de polarisation horizontale, le courant de surface est donné par [34] :

$$\mathbf{J}_y(\theta) = \left\{ \frac{2}{\pi k r_c \eta} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_n (-i)^n \cos n\theta}{H_n^{(1)}(k r_c)} \right\} \hat{y} \quad (1.59)$$

et le champ électrique diffusé en champ lointain par :

$$\mathbf{E}_y^{dif}(r, \theta) = \left\{ -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{-i(kr-\pi/4)}}{\sqrt{kr}} \sum_{n=0}^{\infty} c_n (-1)^n \cos n\theta \frac{J_n(k r_c)}{H_n^{(1)}(k r_c)} \right\} \hat{y} \quad (1.60)$$

où k et η sont respectivement le nombre et l'impédance d'onde, \mathbf{J}_y et \mathbf{E}_y^{dif} sont le courant de surface et le champ diffusé dans le plan \hat{y} , r_c est le rayon du cylindre, $H_n^{(1)}$ et J_n sont la fonction de Hankel du 1er type et la fonction de Bessel avec n indique l'ordre des fonctions, $c_n = 0$ pour $n = 0$ et $c_n = 2$ pour $n \neq 0$.

Dans le cas de polarisation verticale, le courant de surface est donné par [34] :

$$\mathbf{J}_t(\theta) = \left\{ \frac{-2i}{\pi k r_c \eta} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_n (-i)^n \cos n\theta}{H_n^{(1)'}(k r_c)} \right\} \hat{t} \quad (1.61)$$

et le champ magnétique diffusé en champ lointain par :

$$\mathbf{H}_y^{dif}(r, \theta) = \left\{ -\frac{1}{\eta} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{-i(kr-\pi/4)}}{\sqrt{kr}} \sum_{n=0}^{\infty} c_n (-1)^n \cos n\theta \frac{J_n'(k r_c)}{H_n^{(1)'}(k r_c)} \right\} \hat{y}$$

avec :

$$J_n'(k r_c) = \frac{n}{k r_c} J_n(k r_c) - J_{n+1}(k r_c) \quad (1.62)$$

$$H_n^{(1)'}(k r_c) = \frac{n}{k r_c} H_n^{(1)}(k r_c) - H_{n+1}^{(1)}(k r_c) \quad (1.63)$$

où \mathbf{J}_t est le courant de surface dans le plan $(\hat{x} - \hat{z})$, \mathbf{H}_y^{dif} est le champ magnétique incident dans la direction \hat{y} ,

1.4.1.2 Sphère (référence 3D)

En dimension 3, une autre forme canonique dont le champ diffusé est calculable analytiquement est celle de la sphère. La solution pour ce problème est appelée la solution de Mie. L'approche de Mie traite le problème par des sommes infinies d'harmoniques sphériques. Dans cette théorie, la SER d'une sphère rayonnée par une onde plane de longueur d'onde λ est donnée selon la polarisation [44, 45] :

$$\text{SER-hh} = \frac{\lambda^2}{4\pi^2} I_1 \quad (1.64)$$

$$\text{SER-vv} = \frac{\lambda^2}{4\pi^2} I_2 \quad (1.65)$$

avec les expressions des intensités I_1 et I_2 données par :

$$I_1 = \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \pi_n(\cos \theta) + b_n \tau_n(\cos \theta)] \right|^2 \quad (1.66)$$

$$I_2 = \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \tau_n(\cos \theta) + b_n \pi_n(\cos \theta)] \right|^2 \quad (1.67)$$

où π_n et τ_n sont exprimés en fonction du polynôme de Legendre alors que a_n et b_n sont exprimés en utilisant la fonction de Riccati-Bessel.

1.4.2 Méthodes asymptotiques

La diffusion EM par des objets de géométrie plus complexe est difficile voire impossible à calculer par une méthode analytique. Des méthodes asymptotiques peuvent être développées pour surmonter cette difficulté. Chaque méthode asymptotique est valable sous une hypothèse simplificatrice. Nous distinguons deux catégories de ces méthodes : les techniques de rayons et les techniques des courants.

1.4.2.1 Techniques de rayons

Les techniques de rayons s'appuient sur une description optique du champ électromagnétique. Elles reposent sur deux lois fondamentales de la lumière : propagation rectiligne et le principe de réciprocité du retour inverse⁹. Parmi ces techniques, nous pouvons citer la Méthode de l'Optique Géométrique et la Théorie Géométrique de la Diffraction.

Méthode de l'Optique Géométrique

La Méthode de l'Optique Géométrique existait loin avant que Maxwell ait publié ses équations. L'onde de réflexion est obtenue en suivant la trajectoire du rayon sur un plan tangent local comme le montre la figure (1.7a). L'explication théorique de cette méthode est donnée par la loi de Fresnel-Descartes qui relie l'onde incidente avec l'onde réfléchie simplement par un coefficient de réflexion. La méthode peut expliquer les phénomènes de la réflexion et de la réfraction d'onde. Cependant, cette théorie montre ses limites pour expliquer d'autres mécanismes de la diffusion comme la diffraction, la réflexion multiple et le champ dans une région d'ombre [46, 47].

9. La propagation rectiligne signifie que dans un milieu transparent, homogène et isotrope, la lumière se propage en ligne droite. Le principe du retour inverse affirme que si la lumière suit un trajet quelconque de A à B, alors elle peut suivre exactement le trajet inverse de B à A.

Théorie Géométrique de la Diffraction

Développée dans les années 50, la Théorie Géométrique de la Diffraction ajoute deux autres phénomènes pour la théorie de rayons : rampant et diffraction. Le rayon rampant se propage à la surface d'un objet et est très rapidement atténué [48, 49]. Le rayon de diffraction apparaît lorsque l'onde incidente arrive sur une forme de grande courbure ou sur une arête comme le montre la figure (1.7b). Cette onde va être diffractée dans toutes les directions, y compris dans la zone d'ombre. L'onde incidente et l'onde diffractée sont liées par le « coefficient de diffraction ».

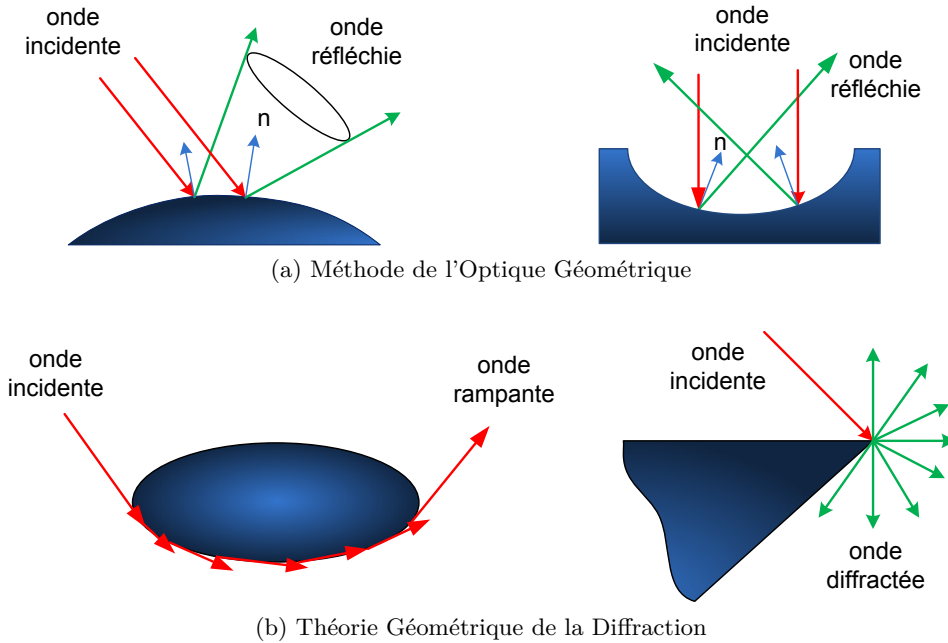


FIGURE 1.7: Mécanismes de la diffusion EM modélisés par les techniques de rayons

1.4.2.2 Techniques de courants

Contrairement aux techniques de rayons qui relient directement l'onde incidente avec l'onde de diffusion, les techniques de courants déterminent le champ diffusé en passant par le calcul des courants de surface. Une fois le courant déterminé, nous pouvons utiliser les équations (1.49) et (1.50) pour trouver le champ diffusé dans l'espace. Parmi ces techniques, nous pouvons citer la Méthode de l'Optique Physique et la Théorie Physique de la Diffraction. Le mot « physique » signifie simplement que ces techniques sont plus proches au sens physique que les techniques de rayons. Cela ne veut pas dire qu'elles donnent une solution exacte du problème physique car les courants de surface sont calculés avec quelques approximations.

Méthode de l'Optique Physique

Cette méthode est utilisée pour approcher les courants surfaciques sous l'hypothèse que la surface est constituée d'un plan tangent local. La taille de la surface est supposée grande devant la longueur d'onde (surface de petite courbure). En discrétisant la surface avec plusieurs plans tangents, les courants électrique et magnétique de surface sont approchés avec la relation suivante :

$$\mathbf{J}_s(\mathbf{r}) = 2\hat{n} \times \mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}) \quad (1.68)$$

$$\mathbf{M}_s(\mathbf{r}) = 2\hat{n} \times \mathbf{E}^{inc}(\mathbf{r}) \quad (1.69)$$

Cette méthode ne tient pas compte de l'effet de bord du diffuseur [50]. Son domaine de validité est similaire à celui de la Méthode de l'Optique Géométrique.

Théorie Physique de la Diffraction

Les champs diffusés sont calculés en passant par la détermination de courants de surface sur une arête [51]. Les expressions de courants sur une arête conductrice sont déterminées par Mitzner [52] et Michaeli [53]. Le domaine de validité de cette méthode est similaire à celui de la Théorie Géométrique de la Diffraction. Elle explique également le phénomène de la diffraction et le champ dans les zones d'ombre.

1.4.3 Méthodes numériques

Elles sont aussi parfois répertoriées sous le terme de « méthodes rigoureuses » car elles s'appuient sur les équations sans introduire d'approximation en dehors de la troncature à un nombre fini de degrés de liberté et des arrondis intrinsèques aux méthodes numériques [48]. Le formalisme des équations à résoudre peut être obtenu à partir des équations différentielles ou à partir des équations intégrales.

1.4.3.1 Techniques différentielles

Les techniques différentielles conduisent à mailler tout le domaine de calcul pour calculer directement les champs électromagnétiques. Or, la résolution numérique ne peut s'effectuer que dans un domaine borné. Dans la modélisation en basse fréquence (électrostatique, magnétostatique ou magnétodynamique), ces techniques ne posent pas le problème du domaine de calcul car en général les champs sont nuls à une certaine distance de la source. Cependant dans le domaine de l'hyperfréquence, le phénomène de propagation d'onde ne permet pas de considérer le champ nul en zone de champ lointain. Dans cette condition, un domaine de résolution borné doit être défini à l'aide de la frontière artificielle [48, 54].

La condition aux limites parfaitement absorbante ou en anglais *Perfectly Matched Layer* (*PML*) a été proposée par Bérenger [55] pour définir la frontière dans le problème de la propagation. Le *PML* contient un matériau artificiel dont le rôle est d'absorber les champs qui se propagent dans la direction normale. L'impédance de ce matériau artificiel est défini par :

$$\eta_{PML} = \left(\frac{\mu_0 + \sigma_m/i\omega}{\epsilon_0 + \sigma_e/i\omega} \right)^{1/2} \quad (1.70)$$

où σ_e et σ_m sont les conductivités électrique et magnétique du matériau absorbant, μ_0 et ϵ_0 sont la permittivité et la perméabilité du vide. En choisissant des conductivités qui respectent la relation explicités (1.71) :

$$\frac{\sigma_m}{\mu_0} = \frac{\sigma_e}{\epsilon_0} \quad (1.71)$$

on aura $\eta_{PML} = \eta_0$. Dans cette condition, les ondes arrivant dans la direction normale sur ce matériau ne se reflètent pas [56]. Pour une onde qui arrive selon un vecteur décliné, un formalisme plus élaboré permet d'éliminer une grande partie de la réflexion, cependant cette

élimination n'est pas totale. Ce phénomène est le principal problème de l'utilisation des méthodes différentielles dans le cas de la propagation d'onde. Les méthodes de discrétisation numérique des équations différentielles se déclinent principalement sous deux formes : la Méthode des Différences Finies et la Méthode des Éléments Finis.

Méthode des Différences Finies

Le principe de base de la Méthode des Différences Finies consiste à discrétiser le domaine d'étude avec des grilles régulières et d'approcher les équations différentielles sur chaque nœud des grilles par la série de Taylor [57]. L'avantage majeure de cette méthode est qu'aucune matrice ne doit être sauvegardée [56]. Ceci permet la résolution de systèmes très larges. L'autre avantage est qu'elle est bien adaptée à la modélisation du problème de la propagation dans le domaine temporel. Cependant, la discrétisation de systèmes par des grilles régulières pose la difficulté de modélisation du système de grande courbure comme le montre la figure (1.8a).

Méthode des Éléments Finis

La méthode est basée sur une formulation variationnelle des équations différentielles [58, 59]. L'avantage principal par rapport à la Méthode des Différences Finies est qu'elle est très bien adaptée pour une géométrie complexe comme le montre la figure (1.8b). En outre, elle présente l'avantage concernant la stabilité et la convergence de calcul [56]. Son inconvénient est qu'elle demande plus de temps de calcul et plus de taille de mémoire. En outre, elle n'est pas bien adaptée pour modéliser les champs dans le domaine temporel.

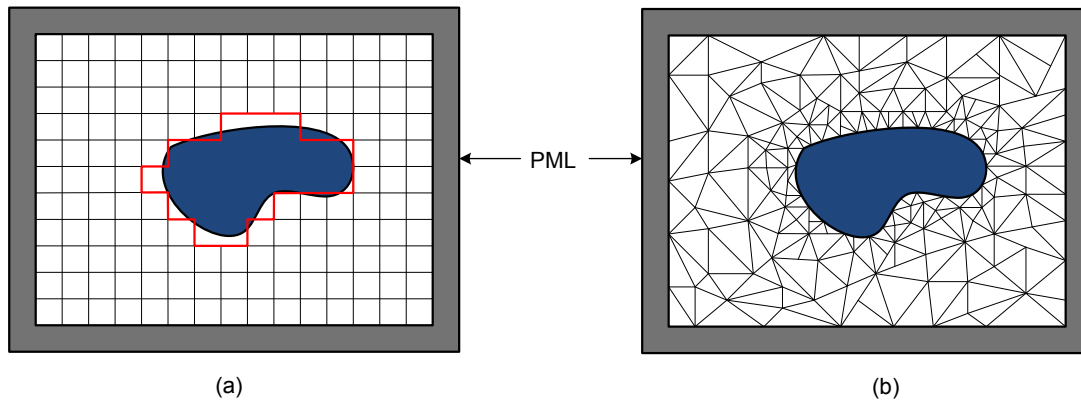


FIGURE 1.8: Maillage typique (a) Méthode des Différences Finies (b) Méthode des Éléments Finis

1.4.3.2 Techniques intégrales

A l'instar des techniques de courants asymptotiques, les techniques intégrales consistent à ramener le problème de calcul des champs électromagnétiques au calcul des courants équivalents. Les champs diffusés sont déterminés à partir de ces courants. Contrairement aux méthodes asymptotiques, aucune simplification n'est faite pour calculer les courants. Les techniques intégrales ne requièrent que le maillage des supports des courants induits. Dans certaines applications, notamment dans le domaine de la santé et du rayonnement électromagnétique (par exemple absorption du rayonnement par un corps humain), il est courant de

travailler avec des équations intégrales volumiques [60]. Toutefois, pour un milieu LHI, nous pouvons ramener le problème sur les interfaces des milieux ce qu'on appelle les techniques intégrales de frontière. Ceci permet de diminuer la dimension du problème à résoudre. À part cet avantage, il faudra tout de même remarquer que le terme « source-observation » de la fonction de Green utilisée dans les techniques intégrales conduit à un système matriciel linéaire plein, contrairement aux techniques différentielles où le système matriciel linéaire obtenu est creux. Les méthodes de discrétisation pour les techniques intégrales se focalisent sur la Méthode des Moments et la Méthode de Nyström.

Méthode des Moments

La Méthode des Moments discrétise une équation intégrale en utilisant des fonctions de base et de test. Ces fonctions sont choisies en respectant l'espace fonctionnel de la fonction à approcher. Depuis le travail de Harrington [61], cette méthode est devenue une approche incontournable dans la modélisation de la diffusion des ondes électromagnétiques. Aujourd'hui, plusieurs améliorations ont été portées sur la Méthode des Moments « Classique » avec l'introduction de la Méthode des Moments d'Ordre Supérieur en utilisant le maillage qui tient compte la courbure de la surface.

Méthode de Nyström

La méthode de Nyström discrétise une équation intégrale en utilisant simplement la technique quadrature [62, 2]. Contrairement à la Méthode des Moments, la Méthode de Nyström utilise seulement une fonction de test et sans introduire une fonction de base. Cette technique semble plus efficace et simple à utiliser. Cependant, l'étude de comparaison menée par Canino et al [63] montre que pour avoir la même précision que la Méthode des Moments, la Méthode de Nyström exige le pas de discrétisation 20% plus petit ce qui augmente considérablement le temps de calcul.

1.5 Équations intégrales de frontière

Après une présentation synthétique, il apparaît que dans notre problématique, un certain nombre de méthodes peuvent être délibérément rejetées comme les méthodes asymptotiques. En effet, travailler en champ proche avec une longueur d'onde du signal en bande L ($\simeq 20$ cm) est incompatible avec les hypothèses simplificatrices sur lesquelles les méthodes asymptotiques se fondent. Les méthodes numériques sont les mieux adaptées dans ce cas. Parmi ces méthodes numériques, les techniques différentielles pourraient être envisagées. Toutefois, notre étude se résume essentiellement à la géométrie d'une interface de deux milieux LHI (air-eau salée). Il nous a semblé plus logique de privilégier une résolution par les techniques intégrales, plus précisément les technique intégrales de frontière.

Afin de dériver les équations intégrales de frontière à traiter par la suite, nous considérons un processus de diffusion électromagnétique comme le montre la figure (1.9). Nous définissons deux espaces d'étude : l'espace A, appelé l'espace « extérieur » ayant les propriétés électromagnétiques définies par ϵ_A, μ_A et l'espace B ou l'espace « intérieur » ayant les propriétés électromagnétiques caractérisées par ϵ_B, μ_B [64, 65]. En utilisant la relation de la continuité des champs sur la frontière, nous pouvons développer un couple d'équations : l'Équation intégrale du Champ Électrique (EICE) et l'Équation Intégrale du Champ Magnétique (EICM) [66, 36, 67].

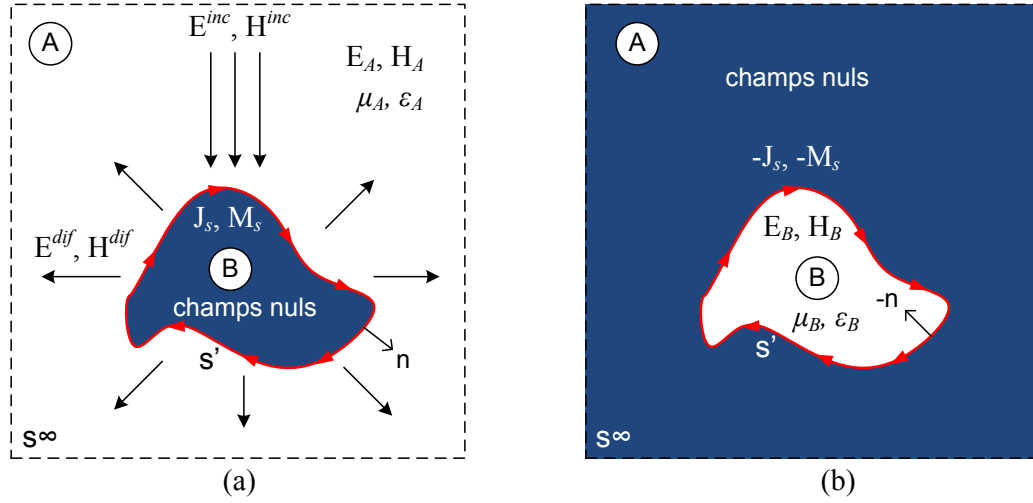


FIGURE 1.9: Configuration du processus de la diffusion EM (a) problème externe (b) problème interne

Équation Intégrale du Champ Électrique (EICE)

Par le principe de la continuité du champ électrique sur la frontière de deux espaces, nous pouvons dériver les équations intégrales pour modéliser le problème externe et interne respectivement [35] :

$$\hat{n} \times \mathbf{E}^{inc}(\mathbf{r}) = - \frac{\mathbf{M}_s(\mathbf{r})}{2} + \hat{n} \times \left\{ \int \mathbf{M}_s \times \nabla' G_A d\mathbf{r}' + i\omega\mu_A \int \mathbf{J}_s G_A d\mathbf{r}' - \frac{1}{i\omega\epsilon_A} \nabla \int (\nabla' \cdot \mathbf{J}_s) G_A d\mathbf{r}' \right\} \quad (1.72)$$

$$0 = \frac{\mathbf{M}_s(\mathbf{r})}{2} + \hat{n} \times \left\{ \int \mathbf{M}_s \times \nabla' G_B d\mathbf{r}' + i\omega\mu_B \int \mathbf{J}_s G_B d\mathbf{r}' - \frac{1}{i\omega\epsilon_B} \nabla \int (\nabla' \cdot \mathbf{J}_s) G_B d\mathbf{r}' \right\} \quad (1.73)$$

Équation Intégrale du Champ Magnétique (EICM)

En appliquant la même démarche pour le champ magnétique, nous obtenons les équations intégrales pour présenter le problème externe et interne sous formes :

$$\hat{n} \times \mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{J}_s(\mathbf{r})}{2} - \hat{n} \times \left\{ \int \mathbf{J}_s \times \nabla' G_A d\mathbf{r}' + i\omega\epsilon_A \int \mathbf{M}_s G_A d\mathbf{r}' - \frac{1}{i\omega\mu_A} \nabla \int (\nabla' \cdot \mathbf{M}_s) G_A d\mathbf{r}' \right\} \quad (1.74)$$

$$0 = - \frac{\mathbf{J}_s(\mathbf{r})}{2} - \hat{n} \times \left\{ \int \mathbf{J}_s \times \nabla' G_B d\mathbf{r}' + i\omega\epsilon_B \int \mathbf{M}_s G_B d\mathbf{r}' - \frac{1}{i\omega\mu_B} \nabla \int (\nabla' \cdot \mathbf{M}_s) G_B d\mathbf{r}' \right\} \quad (1.75)$$

Pour obtenir les courants surfaciques à partir des ondes incidentes, nous devons résoudre une combinaison des équations (1.72 ou 1.73) avec (1.74 ou 1.75). En effet, selon le matériau du diffuseur, ces équations peuvent se présenter sous une forme plus simple.

1.5.1 Simplification selon les matériaux

Dans cette sous-section, nous allons analyser la simplification de l'équation (1.72 à 1.75) seulement pour deux types de matériaux qui sont d'intérêt dans ce travail : conducteur électrique parfait (appelé par la suite simplement « conducteur ») et diélectrique. Toute fois, la même démarche peut être utilisée pour les matériaux magnétiques ou diamagnétiques.

Cas d'un conducteur

Pour un diffuseur de conducteur électrique parfait, les champs ne pénètrent pas dans les conducteurs et le problème se simplifie uniquement pour le problème externe. Le courant magnétique surfacique est également nul dans ce cas. L'Équation Intégrale du Champ Électrique (eq : 1.72) devient :

$$\hat{n} \times \mathbf{E}^{inc}(\mathbf{r}) = \hat{n} \times \left\{ i\omega\mu_A \int \mathbf{J}_s G d\mathbf{r}' - \frac{1}{i\omega\epsilon_A} \nabla \int (\nabla' \cdot \mathbf{J}_s) G d\mathbf{r}' \right\} \quad (1.76)$$

et l'Équation Intégrale du Champ Magnétique (eq : 1.73) devient :

$$\hat{n} \times \mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{J}_s(\mathbf{r})}{2} - \hat{n} \times \int \mathbf{J}_s \times \nabla' G d\mathbf{r}' \quad (1.77)$$

Il s'agit des équations intégrales à une inconnue. L'une de ces deux équations (l'EICE ou l'EICM) peut être choisie pour modéliser le problème de la diffusion par un conducteur dans une surface fermée. Par contre, nous allons montrer dans le chapitre 2 que seule l'EICE est applicable pour calculer la diffusion EM par une surface ouverte.

Cas d'un diélectrique

Pour un matériau diélectrique, nous pouvons faire le calcul complet par la combinaison des équations (1.72 ou 1.73) avec (1.74 ou 1.75). Cette formulation est appelée modèle « Dual ». Nous pouvons également utiliser la technique de la Condition d'Impédance de Frontière (CIF). Si dans le modèle Dual nous construisons deux équations intégrales pour trouver deux fonctions inconnues, le modèle CIF nous permet de travailler avec une seule équation intégrale grâce à la condition qui lie deux fonctions inconnues. Au titre analogique, cette approximation est similaire au concept de la ligne de transmission dans laquelle la tension est un produit de l'impédance et le courant. Dans le problème de la diffusion électromagnétique, la Condition d'Impédance de Frontière (CIF) est donnée par [38, 68] :

$$\mathbf{E} = \eta_s \mathbf{J}_s$$

où $\eta_s = \sqrt{\mu_s/\epsilon_s}$ désigne l'impédance de milieu diélectrique. En appliquant le produit scalaire avec la normale à la surface, nous pouvons relier la source de courant électrique surfacique \mathbf{J}_s avec le courant magnétique surfacique \mathbf{M}_s par :

$$\hat{n} \times \mathbf{E} = -\mathbf{M}_s = \hat{n} \times \eta_s \mathbf{J}_s$$

Comparé au modèle Dual, la technique CIF fait diminuer d'un facteur de deux la complexité du problème.

1.5.2 Simplification pour le cas 2D

Les problèmes de la diffusion électromagnétique en système 3D sont généralement complexes et coûteux en temps de calcul. La simplification en modèle 2D réduit considérablement la complexité et le temps de calcul. Dans de nombreuses applications (surface invariable dans une direction), le modèle 2D est suffisant pour expliquer le phénomène de la diffusion EM.

Pour dériver les équations intégrales adaptées pour le cas 2D, nous utilisons la configuration du système de diffusion EM présentée dans la figure (1.10). La structure du diffuseur est considérée constante et a une longueur infinie dans le plan (\hat{y}). Le plan de propagation se trouve sur le plan ($\hat{x} - \hat{z}$). La polarisation horizontale est définie pour la présence des champs électriques dans le plan (\hat{y}) et les champs magnétiques dans le plan ($\hat{x} - \hat{z}$). Dans le cas inverse, nous définissons la polarisation verticale. Sur la surface, nous définissons ensuite deux composantes de champ et de courant de surface : composante \hat{y} (direction \hat{y}) et composante \hat{t} (dans le plan $\hat{x} - \hat{z}$).

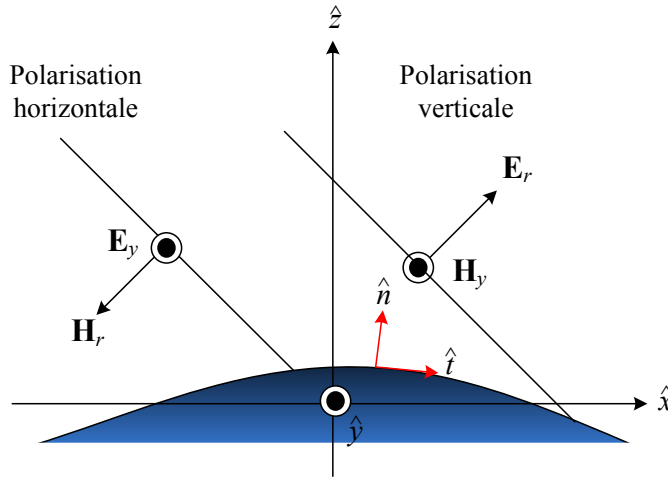


FIGURE 1.10: Base de polarisation 2D

1.5.2.1 Polarisation horizontale

Les champs ainsi que les courants électriques apparaissent uniquement dans le plan (\hat{y}). Dans cette condition, la divergence de courant électrique est nulle ($\nabla' \cdot \mathbf{J}_y(\mathbf{r}') = 0$). Pour le diffuseur du conducteur électrique parfait et du diélectrique, nous pouvons dériver les équations données ci-dessous.

Cas d'un conducteur

L'Équation Intégrale du Champ Électrique pour ce type de matériau devient [38, 34] :

$$\mathbf{E}_y^{inc}(\mathbf{r}) = i\omega\mu_A \int \mathbf{J}_y G d\mathbf{r}' \quad (1.78)$$

et l'Équation Intégrale du Champ Magnétique devient :

$$\mathbf{H}_t^{inc}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{J}_y(\mathbf{r})}{2} - \int \mathbf{J}_y (\hat{n} \cdot \nabla' G_A) d\mathbf{r}' \quad (1.79)$$

Cas d'un diélectrique

A partir des équations (1.72) et (1.73), le modèle Dual pour un matériau diélectrique en polarisation horizontale est donnée par :

$$\mathbf{E}_y^{inc}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{M}_t(\mathbf{r})}{2} - \int \mathbf{M}_t (\hat{n} \cdot \nabla' G_A) d\mathbf{r}' + i\omega\mu_A \int \mathbf{J}_y G_A d\mathbf{r}' \quad (1.80)$$

$$0 = - \frac{\mathbf{M}_t(\mathbf{r})}{2} - \int \mathbf{M}_t (\hat{n} \cdot \nabla' G_B) d\mathbf{r}' + i\omega\mu_B \int \mathbf{J}_y G_B d\mathbf{r}' \quad (1.81)$$

Nous pouvons également utiliser uniquement l'équation (1.80) avec la Condition Intégrale de Frontière (CIF) suivante :

$$\mathbf{M}_t = \eta_s \mathbf{J}_y \quad (1.82)$$

1.5.2.2 Polarisation verticale

Pour ce type de polarisation, les champs ainsi que les courants magnétiques apparaissent uniquement dans le plan (\hat{y}) . Dans ce cas, la divergence de courant magnétique est nulle $(\nabla' \cdot \mathbf{M}_y(\mathbf{r}') = 0)$.

Cas d'un conducteur

L'Équation Intégrales du Champ Électrique pour ce type de matériau devient :

$$\mathbf{E}_t^{inc}(\mathbf{r}) = i\omega\mu_A \int \mathbf{J}_t G d\mathbf{r}' + \frac{1}{i\omega\epsilon_A} \nabla \int (\nabla' \cdot \mathbf{J}_t) G d\mathbf{r}' \quad (1.83)$$

et l'Équation Intégrale du Champs Magnétique devient :

$$\mathbf{H}_y^{inc}(\mathbf{r}) = -\frac{\mathbf{J}_t}{2} + \int \mathbf{J}_t (\hat{n} \cdot \nabla' G_A) d\mathbf{r}' \quad (1.84)$$

Cas d'un diélectrique

Le modèle dual pour un diélectrique en polarisation verticale est obtenu à partir des équations (1.74) et (1.75) :

$$\mathbf{H}_y^{inc}(\mathbf{r}) = -\frac{\mathbf{J}_t(\mathbf{r})}{2} + \int \mathbf{J}_t (\hat{n} \cdot \nabla' G_A) d\mathbf{r}' + i\omega\mu_A \int \mathbf{M}_y G_A d\mathbf{r}' \quad (1.85)$$

$$0 = \frac{\mathbf{J}_t(\mathbf{r})}{2} + \int \mathbf{J}_t (\hat{n} \cdot \nabla' G_B) d\mathbf{r}' + i\omega\mu_B \int \mathbf{M}_y G_B d\mathbf{r}' \quad (1.86)$$

La Condition Intégrale de Frontière pour utiliser seulement l'équation (1.85) est :

$$\mathbf{M}_y = -\eta_s \mathbf{J}_t \quad (1.87)$$

1.6 Conclusion

Nous avons effectué et présenté une étude générale des problèmes du rayonnement et de la diffusion électromagnétique par des objets. La diffusion peut être considérée comme un cas particulier du rayonnement dans lequel les sources rayonnantes sont provoquées par une onde incidente. Nous avons également présenté des méthodes de calcul de la diffusion (analytiques, asymptotiques, numériques) possédant chacune ses propriétés et ses limites. La méthode analytique est utilisable seulement pour des cibles de formes géométriques simples, les méthodes asymptotiques peuvent traiter de cas plus complexes mais sont plus adaptables pour les problèmes du champ lointain et les méthodes numériques sont applicables pour presque tous les cas (champs proche et lointain) mais ont des contraintes notamment sur les aspects temps de calcul et espace mémoire.

Pour le travail qui se place dans le cas du champ proche avec deux milieux LHI (air-eau salée), il semble plus approprié d'utiliser les méthodes numériques, plus particulièrement la technique intégrale de frontière. Nous avons ensuite développé les équations intégrales pour présenter le système sous forme de l'Équation Intégrales du Champ Électrique (EICE) et de l'Équation Intégrale du Champs Magnétique (EICM). Après le système de résolution du problème bien posé, il nous faut ensuite choisir une méthode de discrétisation numérique la plus adaptée. La méthode des Moments est celle que nous avons retenue car celle-ci présente quelques avantages par rapport à la méthode de Nyström.

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter la Méthode des Moments. Le critère adopté dans le choix des fonctions de base et de test, la technique de maillage ainsi que ses applications pour des objets canoniques et des surfaces rugueuses seront présentées plus en détail.

CHAPITRE 2

Méthode des Moments (MdM)

La Méthode des Moments (MdM) ou en anglais *the Method of Moments (MoM)* est une technique numérique permettant de convertir les équations intégrales en un système matriciel linéaire. L'appellation de cette méthode tire son origine de la littérature scientifique russe et son utilisation en électromagnétique devient célèbre grâce au travail de Harrington [61]. Cette méthode est très bien adaptée pour résoudre le problème de diffusion électromagnétique par un matériau LHI en général et par une surface maritime en particulier. Elle constituera la colonne vertébrale du travail de la modélisation numérique présenté dans ce manuscrit.

Le terme générique de la Méthode des Moments recouvre pour nous l'ensemble des méthodes numériques qui permettent la résolution d'une équation intégrale de frontières en s'appuyant sur une décomposition linéaire en fonctions de bases, d'une mise en équation par projection sur un ensemble de fonctions de test et sur la résolution du système linéaire qui en découle. En pratique, une Méthode des Moments donnée sera définie par : (1) le type des fonctions de base/test et (2) le type de maillage adopté.

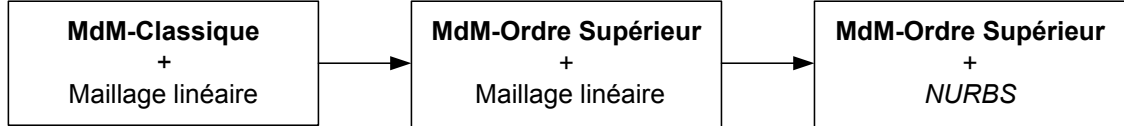


FIGURE 2.1: Évolution de la méthode MdM

Dans la technique standard « MdM-Classique », on utilise généralement des fonctions de base constantes ou linéaires combinées avec un maillage linéaire [69]. Nous verrons que cette technique standard soulève des difficultés de traitement des problèmes de diffusion électromagnétique lorsque la surface considérée possède de fortes courbures [22]. Pour améliorer la précision ainsi que la convergence de calcul, nous avons envisagé d'utiliser les polynômes d'ordre supérieur en tant que fonctions de base, ce que nous appellerons la Méthode des Moments d'Ordre Supérieur (MdM-OS) ou en anglais *Higher-Order Methode of Moments (HO-MoM)*.

En effet, la méthode MdM-OS permet à la fois d'améliorer la précision du calcul et aussi d'augmenter le pas de discrétisation au delà du pas standard $\lambda/10$ exigé par la méthode MdM-Classique [2]. Toutefois, nous noterons que la méthode MdM-OS, proprement dite, ne modifie pas la nature du maillage (maille linéaire) par rapport à la méthode MdM-Classique. Ce point fait que la méthode MdM-OS ne répondra que très partiellement au problème posé par une surface de forte courbure. Pour compléter l'approche par ordre supérieur, Valle et al [70] ont proposé d'utiliser le maillage de type *NURBS (Non Uniform Rational Basis Spline)*.

La combinaison de la méthode Mdm-OS avec le maillage *NURBS* est un moyen efficace pour traiter le problème de la diffusion électromagnétique et fait l'objet des études récentes [23, 71, 72]. L'évolution des développement de la méthode Mdm se résume dans la figure (2.1).

L'objectif de ce deuxième chapitre est principalement d'étudier le principe et l'utilisation de la méthode Mdm-Classique et de la méthode Mdm-OS afin de trouver la meilleure technique à appliquer dans notre problématique dédiée à la diffusion EM par des vagues déferlantes. Le chapitre est divisé en cinq sections. Dans la première section, nous présenterons le principe de la méthode Mdm dans sa généralité. Nous discuterons du choix des fonctions de base et de test ainsi que de la technique de maillage. La deuxième section est consacrée à la modélisation des problèmes 2D et 3D par la méthode Mdm-Classique. Quant à la troisième section, elle met en avant la méthode Mdm-OS combinée avec le maillage *NURBS*. Afin d'évaluer les différentes variantes de la méthode Mdm, nous montrerons des résultats de simulation avec des objets de forme géométriques standard. Dans la quatrième section, nous discuterons l'opportunité d'utilisation de la méthode Mdm pour calculer la diffusion par des surfaces rugueuses. Enfin, nous donnerons la conclusion dans la dernière section.

2.1 Principe de la Méthode des Moments

Les procédures standards de l'utilisation de la Méthode des Moments (Mdm) peuvent être résumées dans les trois étapes suivantes [60, 73] :

- Construction des équations intégrales pour modéliser le problème posé.
- Discrétisation des équations intégrales en utilisant les fonctions de base \mathbb{B} et de test \mathbb{T} pour former un système matriciel linéaire.
- Résolution du système matriciel linéaire pour obtenir les paramètres inconnues du problème.

Selon le problème posé, il existe plusieurs formes des équation intégrales. De manière générale, ces équations peuvent être décrites sous forme :

$$\mathbf{S} = \mathcal{L}\mathbf{f} \quad (2.1)$$

où \mathcal{L} est l'opérateur intégrale, \mathbf{S} est la fonction connue et \mathbf{f} est la fonction inconnue.

Afin de discrétiser ces équations en utilisant la méthode Mdm, premièrement la fonction inconnue \mathbf{f} est approchée par une fonction pondérée \mathbf{f}^B . Cette fonction pondérée est construite par la combinaison linéaire de la fonction de base \mathbb{B}_b .

$$\mathbf{f} \approx \mathbf{f}^B = \sum_{b=1}^B I_b \mathbb{B}_b, \quad b = 1, 2, \dots, B \quad (2.2)$$

où I_b sont les coefficients inconnus à déterminer. Le résidu de l'équation est défini par :

$$\mathfrak{R} = \mathbf{S} - \mathcal{L}\mathbf{f}^B = \mathbf{S} - \sum_{b=1}^B I_b \mathcal{L}\mathbb{B}_b \quad (2.3)$$

Une fonction de test est ensuite choisie pour annuler le produit scalaire suivant :

$$\langle \mathbb{T}_a, \mathfrak{R} \rangle = 0 \quad a = 1, 2, \dots, A \quad (2.4)$$

En substituant (2.3) dans (2.4), nous obtenons la relation :

$$\langle \mathbb{T}_a, \mathbf{S} \rangle = \sum_{b=1}^B I_b \langle \mathbb{T}_a, \mathcal{L}\mathbb{B}_b \rangle \quad (2.5)$$

Nous pouvons exprimer l'équation (2.5) sous la forme du système matriciel linéaire suivant :

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{Z}_{ab} \mathbf{I}_b \quad (2.6)$$

avec les composants des matrices :

$$\mathbf{V}_a = \langle \mathbb{T}_a, \mathbf{S} \rangle \quad (2.7)$$

$$\mathbf{Z}_{ab} = \langle \mathbb{T}_a, \mathcal{L}\mathbb{B}_b \rangle \quad (2.8)$$

La résolution du système d'équation linéaire est l'un des plus classiques en mathématiques. Nous pouvons utiliser la technique de Gauss-Jordan, la décomposition de Cholesky, la décomposition LU etc [74].

2.1.1 Système matriciel linéaire

Du point de vue mathématique, les équations intégrales peuvent être classifiées selon plusieurs catégories tels que la limite d'intégration, la position de la fonction inconnue et la nature de la fonction inconnue. Lorsque les deux limites d'intégration sont fixées, les équations intégrales sont appelées « Fredholm » et quand la première limite est fixée et la deuxième est une variable, alors ces équations sont appelées « Volterra ». Si la fonction inconnue se trouve uniquement dans l'opérateur intégral, elles sont du 1er type et quand la fonction inconnue se trouve à la fois dedans et en dehors de l'opérateur intégral, alors les équations sont du 2ème type. Concernant la nature de la fonction inconnue, les équations intégrales peuvent être homogène ou non homogène.

Dans le problème de la diffusion EM, le système est formalisé par l'Équation Intégrale du Champ Électrique (EICE) et l'Équation Intégrale du Champ Magnétique (EICM) que nous avons présenté dans le chapitre 1. Ces équations sont celles de Fredholm du 1er et du 2ème type. L'EICE pour un conducteur a une forme de Fredholm du 1er type alors que l'EICM pour un conducteur a une forme de Fredholm du 2ème type. Le cas d'un diélectrique est en effet la combinaison de ces deux formes.

Afin de montrer le développement du système matriciel des équations intégrales que nous utilisons dans ce manuscrit, nous prenons deux références. Le première est l'EICE pour un conducteur 2D et le deuxième est l'EICM pour un conducteur 2D. D'autres équations intégrales peuvent être discrétisées en suivant la même démarche que ces deux références (annexe C.1).

2.1.1.1 Fredholm du 1er type

Pour ce type d'équation intégrale, nous considérons l'EICE pour un matériau conducteur dans le cas 2D et en polarisation horizontale. Elle est donnée par :

$$\mathbf{E}_y^{inc}(\mathbf{r}) = i\omega\mu \int \mathbf{J}_y(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (2.9)$$

Pour discrétiser cette équation en utilisant la méthode MdM, le courant est mis sous forme de la somme de fonctions de base $\mathbb{B}_b(\mathbf{r}')$:

$$\mathbf{J}_y(\mathbf{r}') = \sum_{b=1}^B I_b \mathbb{B}_b(\mathbf{r}') \quad (2.10)$$

En introduisant ensuite la fonction de test $\mathbb{T}_a(\mathbf{r})$, on peut mettre l'équation sous forme matricielle avec les éléments \mathbf{V}_a et \mathbf{Z}_{ab} :

$$\mathbf{V}_a = \int \mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \mathbf{E}_y^{inc}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{Z}_{ab} = i\omega\mu \int \mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \int \mathbb{B}_b(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \quad (2.12)$$

Lorsque les points d'observation et source se trouvent au même endroit, la fonction de Green va être singulière. Le traitement de la singularité est nécessaire dans ce cas et est présenté dans l'annexe (C.2).

2.1.1.2 Fredholm du 2ème type

Pour ce type d'équation intégrale, nous considérons l'EICM pour un matériau conducteur dans le cas 2D en et polarisation verticale. Elle est donnée par :

$$\mathbf{H}_y^{inc}(\mathbf{r}) = -\frac{\mathbf{J}_t(\mathbf{r})}{2} + \int \mathbf{J}_t(\mathbf{r}') [\hat{n}(\mathbf{r}') \cdot \nabla' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] d\mathbf{r}' \quad (2.13)$$

Le courant est développé dans la fonction de base $\mathbb{B}_b(\mathbf{r}')$:

$$\mathbf{J}_t(\mathbf{r}') = \sum_{b=1}^B I_b \mathbb{B}_b(\mathbf{r}') \quad (2.14)$$

Le système linéaire est présenté par les matrices \mathbf{V}_a et \mathbf{Z}_{ab} suivantes :

$$\mathbf{V}_a = \int \mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \mathbf{H}_y^{inc}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{Z}_{ab} = \begin{cases} -0.5 \int \mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \mathbb{B}_b(\mathbf{r}) d\mathbf{r} & \text{si } \mathbf{r} = \mathbf{r}' \\ \int \mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \int \mathbb{B}_b(\mathbf{r}') [\hat{n}(\mathbf{r}') \cdot \nabla' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] d\mathbf{r}' d\mathbf{r} & \text{si } \mathbf{r} \neq \mathbf{r}' \end{cases} \quad (2.16)$$

Contrairement au cas de Fredholm du 1er type, il n'existe pas vraiment le problème de la singularité dans la formulation. Cependant, il faut tout de même noter que le gradient de la fonction de Green est plus proche au singularité que la fonction de Green elle-même.

2.1.2 Fonctions de base et fonctions de test

Afin d'assurer la convergence de calcul dans l'utilisation de la méthode MdM, nous devons choisir les fonctions de base et test dans un espace fonctionnel complet contenant la fonction inconnue \mathbf{f} à approcher. Vu que la fonction inconnue \mathbf{f} apparait dans les équations intégrales, naturellement les fonctions de base et test doivent être choisies dans l'espace de Lebesgue (\mathbf{L}^p). Dans certaines applications, nous devons aussi assurer la dérivée de la fonction inconnue \mathbf{f} jusqu'à un certain ordre. Nous serons donc amenés à travailler dans l'espace de Sobolev ($\mathbf{W}^{m,p}$). En ce qui concerne le problème traité dans ce manuscrit, deux espaces fonctionnels seront utiles : $\mathbf{W}^{0,2}$ (espace de fonctions intégrables) et $\mathbf{W}^{1,2}$ (espace de fonctions intégrables-continues)¹. L'explication sur les espaces fonctionnels que nous utilisons est donnée dans l'annexe (B.2).

1. Espace de Lebesgue \mathbf{L}^p est un espace vectoriel de fonctions intégrables. Espace de Sobolev $\mathbf{W}^{m,p}$ fait partie de l'espace \mathbf{L}^p avec des fonctions dérivables jusqu'à l'ordre m

2.1.2.1 Fonctions de base \mathbb{B}

Nous choisissons pour fonction de base des polynômes d'ordre N définis sur l'un des Q sous-domaine de la surface discrétisée. Cette fonction est appelée la fonction de base « sous-domaine ». Dans le cas particulier $Q = 1$, nous avons la fonction de base sur le « domaine entier ». Quant au choix des polynômes, il faut souligner l'importance du lien de la fonction de base sur un sous-domaine avec ses voisins. Pour approcher une fonction appartenant à l'espace $\mathbf{W}^{0,2}$, chaque sous-domaine peut être traité indépendamment et en principe tous les polynômes bornés sont utilisables. Cependant, pour une fonction appartenant à l'espace $\mathbf{W}^{1,2}$, les polynômes choisis doivent permettre d'assurer la continuité entre deux sous-domaine contigus. Selon l'ordre du polynôme, nous pouvons distinguer deux types de Méthode des Moments : MdM-Classique (MdM-Ordre Inférieur) et MdM-Ordre Supérieur.

MdM-Classique (MdM-Ordre Inférieur)

La plupart des travaux de modélisation EM en utilisant la méthode MdM s'appuient sur deux types de fonction de base : fonction constante ($N = 0$) et fonction linéaire continue ($N = 1$). La fonction constante est utilisée pour traiter uniquement les équations intégrales appartenant à l'espace $\mathbf{W}^{0,2}$ et la fonction linéaire continue est utilisée pour résoudre les équations intégrales nécessitant de travailler dans les deux espaces $\mathbf{W}^{0,2}$ et $\mathbf{W}^{1,2}$. Il est communément admis que ces fonctions de base fournissent de bonnes approximations lors que le pas de discrétisation est de l'ordre de $\lambda/10$ [73, 46]. Pour la suite, nous appelons cette technique « MdM-Classique ».

MdM-Ordre Supérieur

Pour améliorer la précision et pour avoir plus de flexibilité dans le choix du pas de discrétisation, nous pouvons utiliser des polynômes d'ordre supérieur ($N \geq 2$) en tant que fonction de base. Pour exploiter son avantage sur une structure large présentant une grande courbure, la méthode MdM-Ordre Supérieur doit être combinée avec une technique de maillage qui tient compte la courbure de la surface (par exemple le maillage *NURBS*).

2.1.2.2 Fonctions de test \mathbb{T}

Le choix de fonction de test ne dépende pas de la fonction de base. Nous pouvons donc utiliser une fonction de test et une fonction de base différentes à condition qu'elles appartiennent à un même espace fonctionnel. Dans la pratique, trois types de fonction de test sont souvent utilisés :

Collocation

Dans le cas le plus simple, nous pouvons choisir la fonction de delta Dirac suivante :

$$\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a) = \begin{cases} 1, & \mathbf{r} = \mathbf{r}_a \\ 0, & \mathbf{r} \neq \mathbf{r}_a \end{cases} \quad (2.17)$$

Cette fonction est valable pour traiter uniquement le cas des fonctions appartenant à l'espace $\mathbf{W}^{0,2}$. Elle est bien adaptée pour un sous-domaine de petite largeur. Cependant, lors qu'elle est utilisée pour un sous-domaine plus large, elle provoque une grande erreur de calcul.

Moindre carré

Le choix de la fonction de test est obtenu en minimisant la valeur moyenne de l'intégrale carré du résidu. Cette condition est remplie en choisissant la fonction de test suivante :

$$\mathbb{T}_a = \mathcal{L}\mathbb{B}_a \quad (2.18)$$

En effet, cette fonction de test est « la plus sûre » pour garantir la convergence de calcul [2]. Cependant, elle impose une complexité algorithmique ce qui la rend moins pratique à utiliser.

Galerkin

Le choix le plus courant et pratique est de choisir la même fonction de test que la fonction de base.

$$\mathbb{T}_a = \mathbb{B}_a \quad (2.19)$$

Dans la suite de notre travail, nous ferons le choix du type Galerkin pour les fonctions de test.

2.1.3 Techniques de maillage

En dehors du choix des fonctions de base et de test, la discrétisation de surface est un facteur important dans l'utilisation de la Méthode des Moments. Pour diminuer le nombre d'inconnues, on a intérêt à utiliser le pas de discrétisation le plus grand possible. Nous avons expliqué que l'utilisation de la méthode MdM-Ordre Supérieur permet d'augmenter ce pas. Cependant, l'ordre des fonctions de base n'est pas le seul critère permettant de fixer le pas de discrétisation. La notion de la courbure d'une surface doit aussi être prise en compte.

La courbure d'une surface sur un point p est donnée par la relation $c_c = 1/r_c$, où r_c est le rayon d'un cercle ou d'une sphère tangent à la surface au point p (figure 2.1). Avec cette définition, une forme plate est définie comme une surface de courbure zéro et un cercle est une surface de courbure constante. Le qualificatif de niveau de courbure est très relatif. Dans notre cas, la référence sera l'onde électromagnétique et la classification de « grande et petite courbure » doit être donnée en fonction du rapport du rayon de courbure (r_c) et de la longueur d'onde (λ).

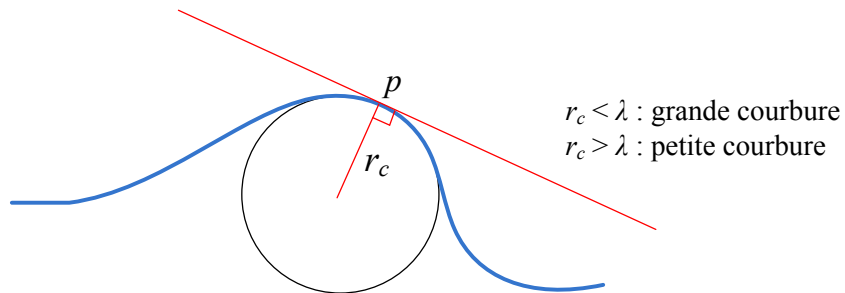
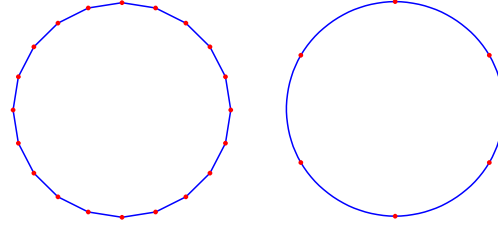


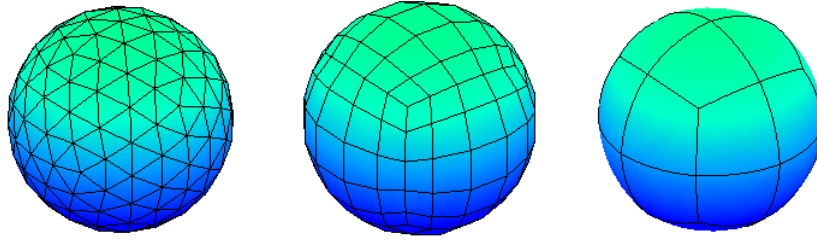
FIGURE 2.2: Courbure d'une surface

Le choix du pas de discrétisation doit tenir compte à la fois du pas imposé par la méthode MdM et celui imposé par la forme géométrique. Logiquement nous devons choisir le plus petit des deux. Dans la technique standard, la surface est discrétisée en sous-domaines linéaires : la ligne droite pour le cas 2D et le patch plate (triangle ou quadrilatère) pour le cas 3D. Pour bien présenter la surface, en général nous utilisons le pas dans l'ordre de $r_c/10$.

Afin d'augmenter le pas de discrétisation pour une surface très courbée, on propose d'utiliser la technique de maillage *B-Spline*, ou dans la forme plus générale le maillage *NURBS* (*Non Uniforme Rational B-Spline*) qui tient compte de la courbure de la surface. Le maillage *NURBS* permet de présenter une surface de grande courbure avec une précision élevée quelque soit le pas de discrétisation choisi. La combinaison du maillage *NURBS* avec la Méthode des Moments a été introduite pour la première fois par Valle et al [70] et avec la Méthode des Éléments Finis par Sevilla [75]. Dans la figure (2.3), nous montrerons la comparaison de maillage linéaire et le maillage *NURBS* pour les structures 2D ou 3D.



(a) Maillage 2D : 20 segments linéaires et 6 *NURBS*



(b) Maillage 3D : 360 triangles, 600 quadrilatères, 24 *NURBS*

FIGURE 2.3: Comparaison des maillages linéaires et *NURBS* pour les structures 2D et 3D

Malgré tous ces avantages, la combinaison de maillage *NURBS* avec la méthode MdM-Classique, comme l'ont fait Vallé et al [70] ou Delgado et al [76, 77], est pénalisée par le pas minimum $\lambda/10$ imposé par la caractéristique de la MdM-Classique. Pour une surface de petite courbure, cette combinaison perd alors tout son intérêt. Dans les études récentes, on combine la méthode MdM-Ordre Supérieur avec le maillage *NURBS*. Le *NURBS* permet de discrétiser la surface avec un pas arbitraire que nous fixons, et la MdM-Ordre Supérieur compense l'erreur due à un pas trop large. Cette approche ouvre une grande souplesse dans la modélisation numérique avec la méthode MdM. Le tableau (2.1) résume le pas de discrétisation exigé selon la fonction de base et le type de maillage.

Technique	Pas de discrétisation	
	Petite courbure	Grande courbure
MdM-Classique + Maillage linéaire	$\lambda/10$	$r_c/10$
MdM-Ordre Supérieur + Maillage linéaire	arbitraire	$r_c/10$
MdM-Classique + Maillage <i>NURBS</i>	$\lambda/10$	$\lambda/10$
MdM-Order Supérieur + Maillage <i>NURBS</i>	arbitraire	arbitraire

TABLE 2.1: Le pas de discrétisation exigé par la méthode MdM et la technique de maillage

2.2 MmM-Classique

Malgré le développement de la méthode MmM-Ordre Supérieur, la méthode MmM-Classique reste toujours incontestable pour certaines applications. En plus de sa simplicité, la méthode MmM-Classique conduit à une forme matricielle plus stable que sa concurrence [2]. Dans cette section, nous expliciterons les fonctions de base utilisées dans la MmM-Classique ainsi que ses utilisations pour les problèmes 2D et 3D. Avec quelques simulations, nous montrons des problèmes qui peuvent apparaître et des limites de cette méthode.

2.2.1 Structure 2D

Pour modéliser le problème de la diffusion par des structures 2D, nous devons résoudre l'EICE et l'EICM selon le type de matériau considéré et la polarisation choisie. Vu qu'on travaille sur la frontière du domaine d'étude, le calcul de la diffusion électromagnétique 2D avec la méthode MmM consiste à discrétiser des surfaces 1D.

2.2.1.1 Fonctions de base

En tenant compte de l'espace de la fonction à approcher, les fonctions de base utilisées dans la méthode MmM-Classique 2D sont la fonction constante (pulse) et la fonction linéaire continue (triangle) :

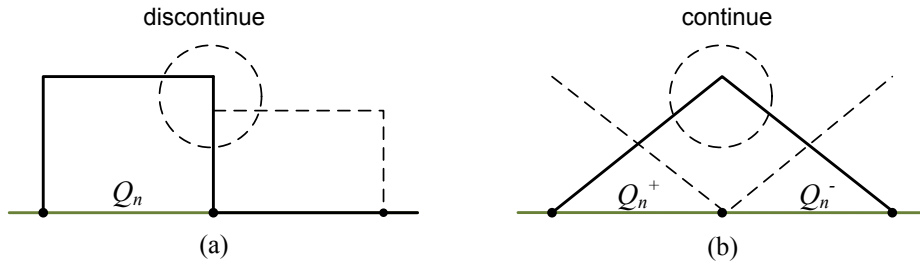


FIGURE 2.4: Fonctions de base de la méthode MmM-Classique 2D (a) pulse (b) triangle

Fonction constante (pulse)

Cette fonction de base est la plus simple à utiliser. Cependant, elle ne permet pas d'assurer la continuité entre deux sous-domaines contigus ce qui la rend applicable uniquement pour approcher une fonction appartenant à l'espace $\mathbf{W}^{0,2}$.

$$\mathbb{B}(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{r} \in Q_n \\ 0 & \text{si non} \end{cases} \quad (2.20)$$

Fonction linéaire (triangle)

Cette fonction garantit la continuité entre deux sous domaines contigus. Elle peut donc être utilisée pour approcher une fonction appartenant aux espaces $\mathbf{W}^{0,2}$ et $\mathbf{W}^{1,2}$.

$$\mathbb{B}(\mathbf{r}) = \begin{cases} a - 1 & \text{si } \mathbf{r} \in Q_n^+ \\ 1 - a & \text{si } \mathbf{r} \in Q_n^- \\ 0 & \text{si non} \end{cases} \quad \text{avec } a =]0, 1[\quad (2.21)$$

2.2.1.2 Applications

Dans ce paragraphe, nous montrons l'utilisation de la méthode MdM-Classique pour résoudre le problème de diffusion EM en dimension 2. Les matériaux considérés sont le conducteur électrique parfait et le diélectrique.

Cas d'un conducteur

Pour modéliser le problème de la diffusion EM par un matériau conducteur, nous pouvons choisir une des 4 équations que nous avons développé dans le chapitre 1 que nous réécrivons ci-dessous :

$$\text{EICE-pol h} \quad \mathbf{E}_y^{inc}(\mathbf{r}) = i\omega\mu_A \int \mathbf{J}_y G d\mathbf{r}' \quad (2.22)$$

$$\text{EICE-pol v} \quad \mathbf{E}_t^{inc}(\mathbf{r}) = i\omega\mu_A \int \mathbf{J}_t G d\mathbf{r}' + \frac{1}{i\omega\epsilon_A} \nabla \int (\nabla' \cdot \mathbf{J}_t) G d\mathbf{r}' \quad (2.23)$$

$$\text{EICM-pol h} \quad \mathbf{H}_t^{inc}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{J}_y(\mathbf{r})}{2} - \int \mathbf{J}_y (\hat{n} \cdot \nabla' G_A) d\mathbf{r}' \quad (2.24)$$

$$\text{EICM-pol v} \quad \mathbf{H}_y^{inc}(\mathbf{r}) = -\frac{\mathbf{J}_t}{2} + \int \mathbf{J}_t (\hat{n} \cdot \nabla' G_A) d\mathbf{r}' \quad (2.25)$$

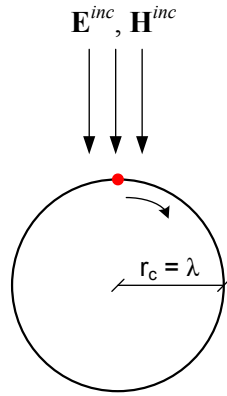
Les équations (2.22) et (2.23) sont celles de Fredholm du 1er type alors que les équations (2.24) (2.25) sont celles de Fredholm du 2ème type. Nous remarquons que dans l'équation (2.23), il apparait le terme de la divergence de courant ce qui signifie que nous devons impérativement utiliser la fonction de base triangle pour assurer la continuité. Cependant, pour 3 autres équations, nous pouvons également utiliser la fonction de base pulse. Le développement du système matriciel linéaire pour ces quatre équations est donné dans l'annexe (C.1).

Afin d'illustrer l'utilisation de la méthode MdM-Classique pour résoudre le problème de la diffusion EM par ce type de matériau, nous considérons deux formes géométriques simples : un cylindre de longueur infinie qui représente des surfaces fermées et une surface plane de longueur infinie qui représente des surfaces ouvertes.

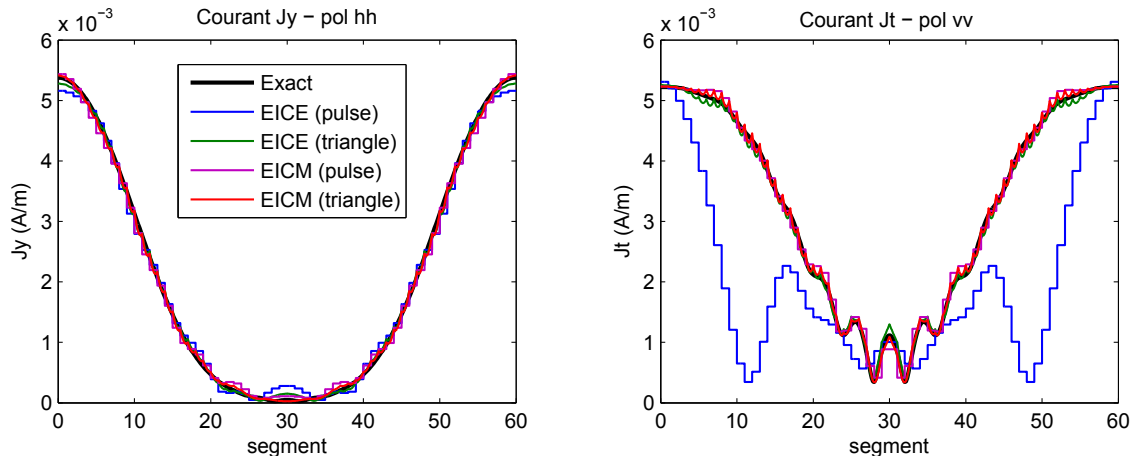
Cylindre conducteur de longueur infinie

En premier exemple, nous prenons un cylindre conducteur de longueur infinie (cercle) de rayon $r_c = \lambda$ illuminé par une onde plane émise sous l'angle incident $\theta_i = 0^\circ$. La surface est discrétisée avec le pas de discrétisation de $d = \lambda/10$ ce qui donne 60 sous-domaines. La résolution exacte de ce problème est donnée par la série de Hankel (chapitre 1). La figure (2.5) donne les courants surfaciques ainsi que les SER pour les polarisations horizontale et verticale.

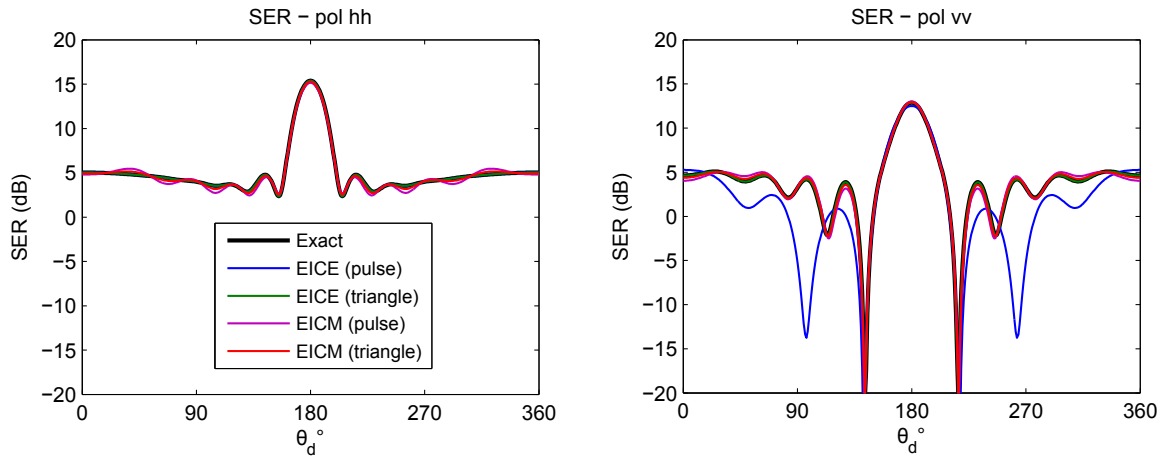
Les simulations montrent que pour une surface fermée, l'EICE et l'EICM sont utilisables pour modéliser le problème. Concernant le choix de la fonction de base, nous prouvons que seul l'EICE en polarisation verticale exige l'utilisation de la fonction de base triangle. Pour d'autres types d'équations (l'EICE en polarisation horizontale et l'EICM en polarisations horizontale et verticale), la fonction de base pulse est suffisante. A partir de courants de surface, nous pouvons calculer les champs partout dans l'espace. La figure (2.6) montre les champs diffusés et les champs totaux en polarisations horizontale et verticale à proximité de la surface.



(a) Configuration de l'observation

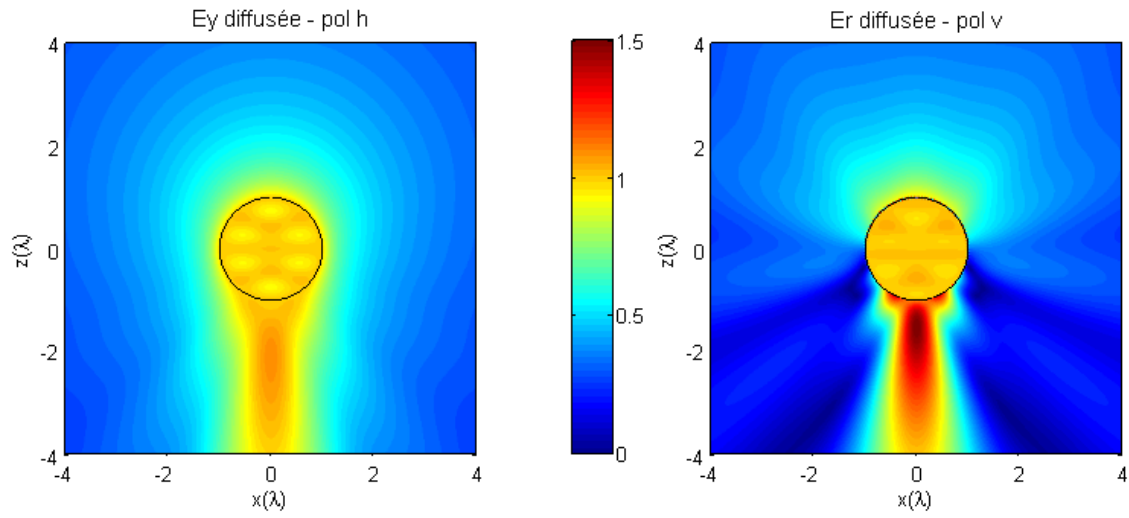


(b) Courants de surface : polarisations horizontale et verticale

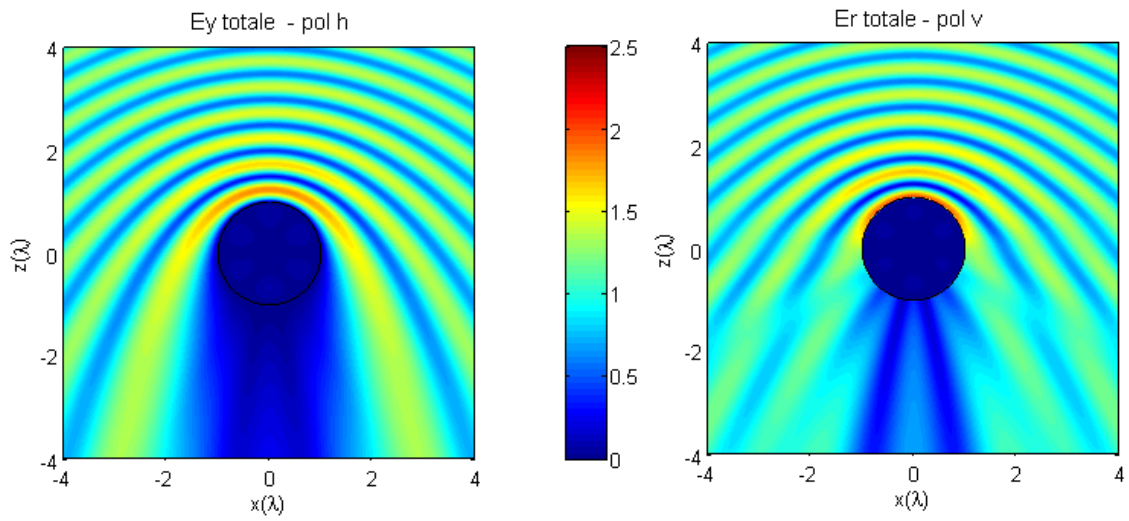


(c) SER : polarisations horizontale et verticale

FIGURE 2.5: Diffusion EM par un cylindre conducteur de longueur infinie calculée en utilisant la méthode MdM-Classique



(a) Ondes diffusées : polarisation horizontale et verticale



(b) Ondes totales : polarisations horizontale et verticale

FIGURE 2.6: Ondes diffusées et ondes totales autour d'un cylindre conducteur de longueur infini illuminé par une onde plane.

Plan conducteur de longueur infinie

La deuxième géométrie que nous modélisons est un plan de longueur infinie de largeur $L = 10\lambda$. La figure (2.7) montre les courants de surface et les SER. Nous constatons que l'EICE et l'EICM ne donnent pas les mêmes résultats. Avec l'EICE, les comportements différents de courants sont constatés pour deux types de polarisation. Pour la polarisation horizontale, il apparaît un courant très grand sur les extrémités de surface « effets de bord ». alors que pour la polarisation verticale, les courants sont nuls sur les extrémités, mais il existe une oscillation importante « effet de l'oscillation ». Ces phénomènes ne sont pas modélisés par l'EICM. Ces résultats confirment que pour une surface ouverte, seule l'EICE est utilisable pour résoudre le problème de la diffusion EM.

Cas d'un diélectrique

Contrairement au matériau conducteur électrique parfait, lorsqu'une onde EM est envoyée sur un matériau diélectrique, une partie d'onde pénètre dans la structure de matériau. Cela se traduit par l'apparition simultanée de courants électrique et magnétique surfaciques. La résolution des problèmes interne et externe est exigée dans ce cas.

Pour dériver le système matriciel à résoudre, nous considérons le cas de la polarisation horizontale. La même démarche peut être utilisée pour la polarisation verticale. Le modèle Dual pour ce système est réécrit ci-dessous :

$$\mathbf{E}_y^{inc}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{M}_t(\mathbf{r})}{2} - \int \mathbf{M}_t (\hat{n} \cdot \nabla' G_A) d\mathbf{r}' + i\omega\mu_A \int \mathbf{J}_y G_A d\mathbf{r}' \quad (2.26)$$

$$0 = - \underbrace{\frac{\mathbf{M}_t(\mathbf{r})}{2} - \int \mathbf{M}_t (\hat{n} \cdot \nabla' G_B) d\mathbf{r}'}_{\text{Fredholm 2ème}} + \underbrace{i\omega\mu_B \int \mathbf{J}_y G_B d\mathbf{r}'}_{\text{Fredholm 1ère}} \quad (2.27)$$

Il s'agit de deux équations intégrales avec deux inconnues. La forme des équations est la combinaison des équations intégrales de Fredholm du 1er et 2ème types. En divisant les deux fonctions inconnues, nous pouvons construire le système matriciel linéaire de la forme :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_a^{(1)} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{ab}^{(11)} & \mathbf{Z}_{ab}^{(12)} \\ \mathbf{Z}_{ab}^{(21)} & \mathbf{Z}_{ab}^{(22)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_b^{(1)} \\ \mathbf{I}_b^{(2)} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

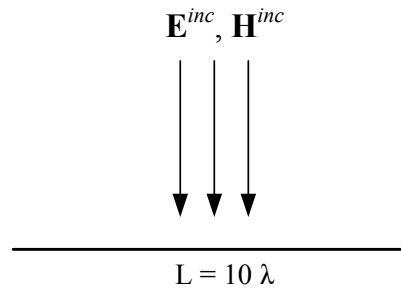
En utilisant la Condition Intégrale de Frontière ci-dessous :

$$M_t = \eta_s J_y \quad (2.29)$$

nous avons un système matriciel plus simple à résoudre :

$$V_a^{(1)} = \left(\eta_s Z_{ab}^{(11)} + Z_{ab}^{(12)} \right) I_b^{(2)} \quad (2.30)$$

Afin de montrer l'application de ces deux techniques (Dual et CIF), nous considérons un cylindre de rayon $r_c = \lambda$, de perméabilité relative $\mu_r = 1$ et de permittivité relative $\epsilon_r = 5 - 10i$. Les courants de surface et les SER obtenus sont montrés dans la figure (2.8). La variation des courants suit celle du conducteur pour les deux types de polarisations. Cependant, comparé au conducteur, nous remarquons la diminution de courant électrique. Cette simulation montre également que les deux techniques (Dual et CIF) peuvent être utilisées pour calculer la diffusion par des matériaux diélectriques fortement conducteurs (partie imaginaire de permittivité relativement grande).



(a) Configuration de l'observation

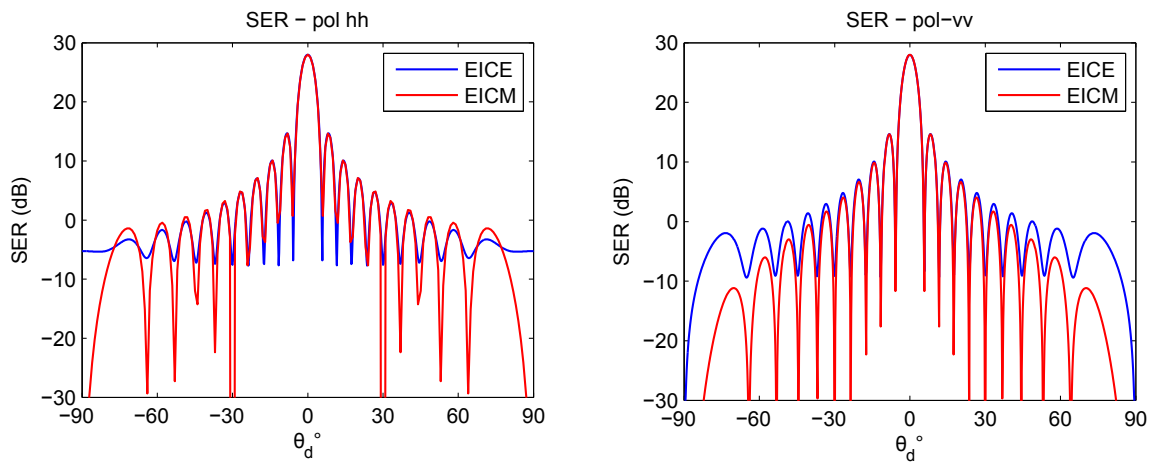
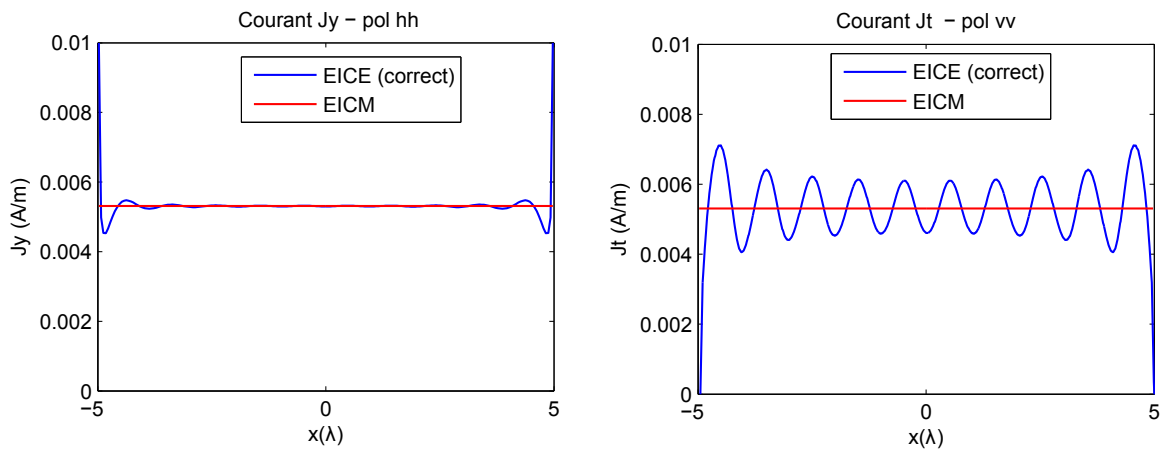
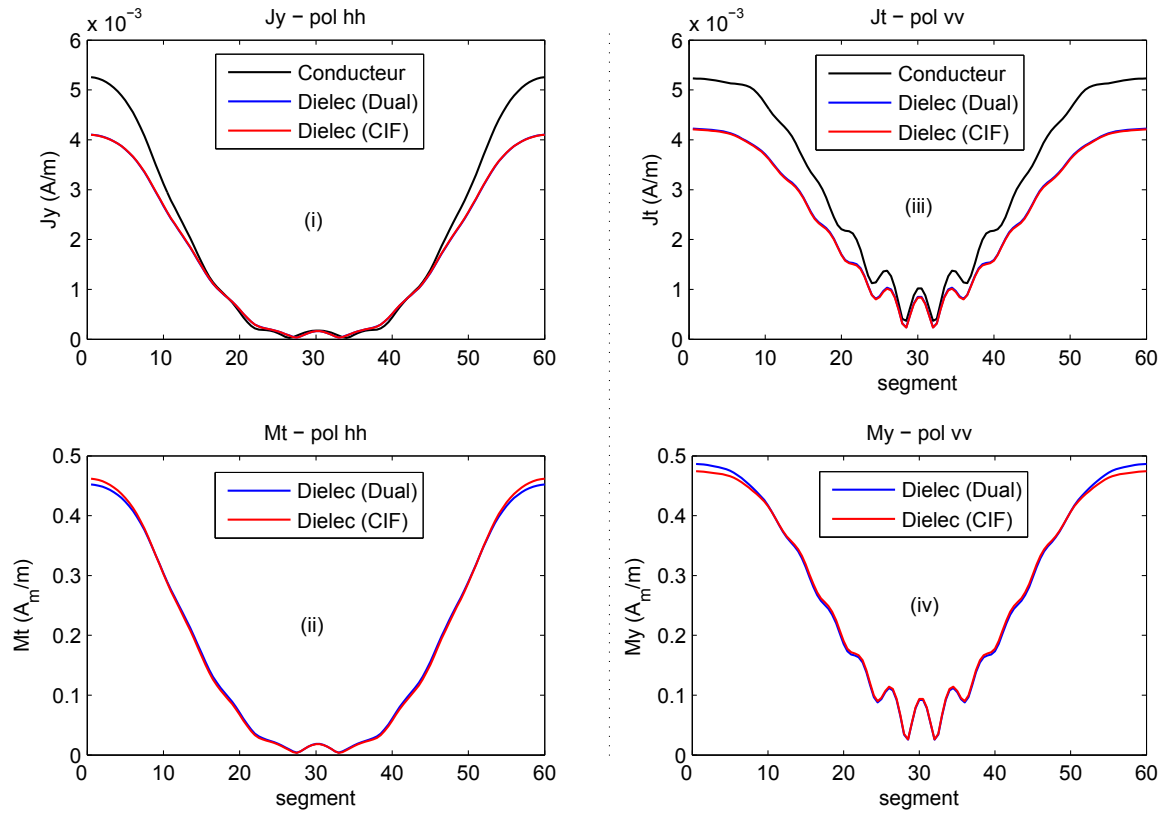
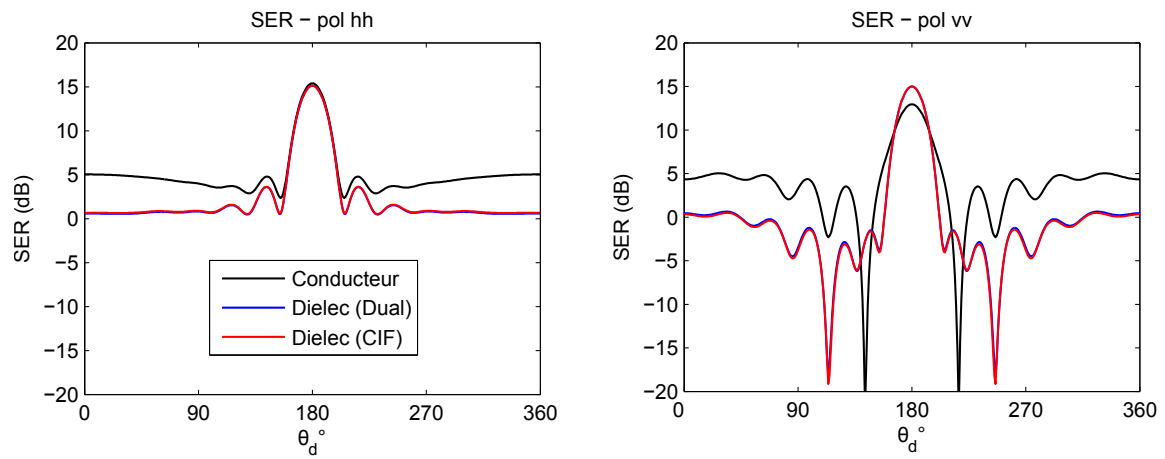


FIGURE 2.7: Diffusion EM par un plan conducteur de longueur infinie calculée en utilisant la méthode MdM-Classique



(a) Courants de surface : (i) courant électrique en pol-horizontale (ii) courant magnétique en pol-horizontale (iii) courant électrique en pol-verticale (iv) courant magnétique en pol-verticale



(b) SER : polarisation horizontale et polarisation verticale

FIGURE 2.8: Diffusion EM par un cylindre diélectrique ($\epsilon_r = 5 - 10i$) de longueur infinie calculée en utilisant la méthode Mdm-Classique

2.2.2 Structure 3D

Le calcul de la diffusion EM 3D en utilisant la méthode MdM consiste à discrétiser des surfaces 2D. Dans cette sous-section, nous montrons les fonctions de base utilisées et quelques applications de la méthode.

2.2.2.1 Fonctions de base

La représentation des sous-domaines de la surface dans le problème 3D est généralement donnée sous forme d'un maillage triangulaire ou quadrilatère. Pour chaque type de maillage, nous pouvons introduire les fonctions de base constantes et linéaires continues. La figure (2.9) montre 4 fonctions de base que nous pouvons utiliser.

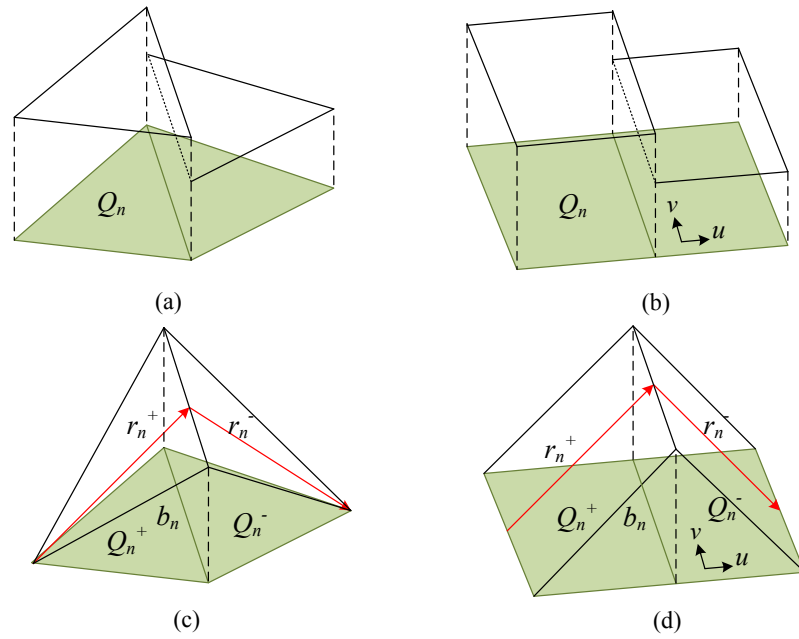


FIGURE 2.9: Fonctions de base de la méthode MdM-Classique 3D (a) pulse triangulaire (b) pulse quadrilatère (c) RWG (d) *Rooftop*

Fonctions de base constante (pulse)

Malgré leur simplicité, les fonctions de base pulse sont rarement étudiées dans le cas 3D car elles sont utilisables uniquement pour approcher une fonctions appartenant à l'espace $\mathbf{W}^{0,2}$.

Fonctions de base linéaire (RWG et *Rooftop*)

La fonction de base linéaire pour le maillage triangulaire est connue sous le nom « RWG », tirée des noms Rao-Wilson-Glisson qui l'ont introduit [78] et celle appliquée pour le maillage quadrilatère est connue sous le nom « *Rooftop* » [79]. Ces fonctions de base garantissent la continuité entre les sous-domaines. Elles sont donc utilisables pour approcher toutes les fonctions appartenant aux espaces $\mathbf{W}^{0,2}$ et $\mathbf{W}^{1,2}$. Les fonctions de base RWG et *Rooftop* sont données respectivement par :

$$\text{RWG} \quad \mathbb{B}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{b_n}{2A_n^+} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_n^+) & \text{si } \mathbf{r} \in Q_n^+ \\ -\frac{b_n}{2A_n^-} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_n^-) & \text{si } \mathbf{r} \in Q_n^- \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.31)$$

$$\text{Rooftop} \quad \mathbb{B}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{b_n}{A_n^+} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_n^+) & \text{si } \mathbf{r} \in Q_n^+ \\ -\frac{b_n}{A_n^-} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_n^-) & \text{si } \mathbf{r} \in Q_n^- \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.32)$$

où A_n^+ et A_n^- sont les aires des surfaces contigus, \mathbf{r}_n^+ et \mathbf{r}_n^- sont les vecteurs de références et b_n est la longueur d'arrêt indiquée dans la figure (2.9). La comparaison de ces deux fonctions de base est étudiée en détail par Gurel et al [80, 81].

2.2.2.2 Applications

Pour modéliser le problème de la diffusion EM par un conducteur électrique parfait 3D, nous pouvons choisir l'EICE et l'EICM ci-dessous :

$$\text{EICE} \quad \hat{n} \times \mathbf{E}^{inc}(\mathbf{r}) = \hat{n} \times \left[i\omega\mu_A \int \mathbf{J}_s G d\mathbf{r}' - \frac{1}{i\omega\epsilon_A} \nabla \int (\nabla' \cdot \mathbf{J}_s) G d\mathbf{r}' \right] \quad (2.33)$$

$$\text{EICM} \quad \hat{n} \times \mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{J}_s(\mathbf{r})}{2} - \hat{n} \times \int \mathbf{J}_s \times \nabla' G d\mathbf{r}' \quad (2.34)$$

L'EICE est une équation intégrale de Fredholm du 1er type et l'EICM est celle de Fredholm du 2ème type. Contrairement à l'EICM, il existe le terme de la divergence de courant dans l'EICE. Pour discrétiser l'EICM, nous pouvons utiliser les fonctions de base pulse ou linéaire (RWG et *Rooftop*). Cependant pour l'EICE, nous devons utiliser la fonction de base linéaire.

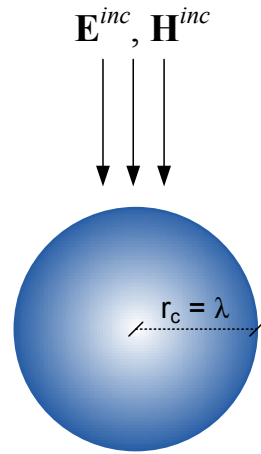
Afin de montrer l'utilisation de la MoM-Classique 3D, nous calculons la diffusion EM par une sphère conductrice et un plan conducteur. Une sphère servira de géométrie de référence pour les surfaces fermées et un plan nous permet d'illustrer le comportement des champs de diffusion dans le cas d'une surface ouverte.

Sphère conductrice

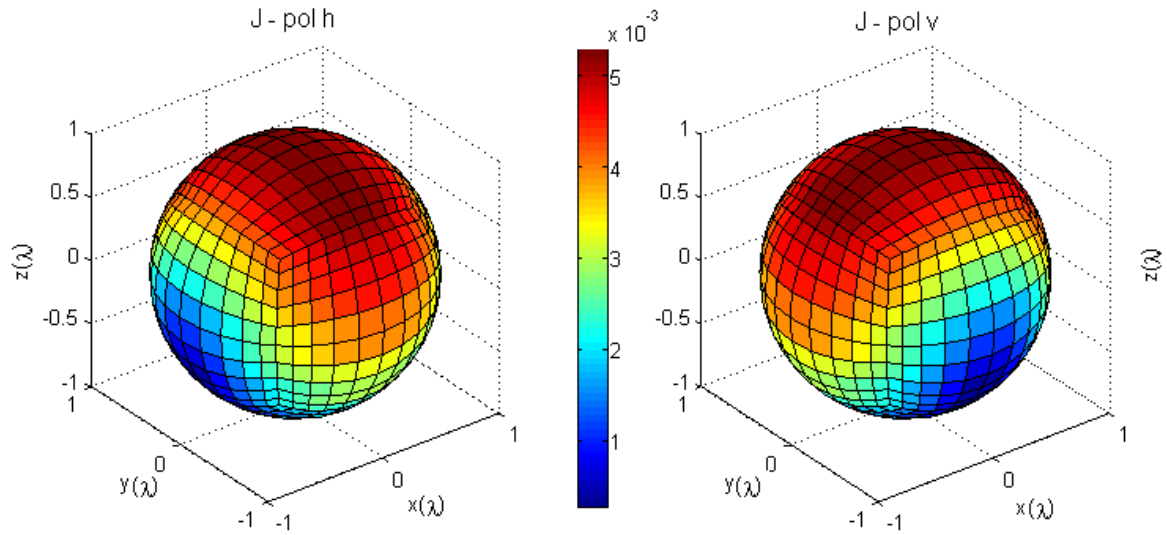
Nous considérons une sphère de rayon $r_c = \lambda$ illuminée par une onde plane sous l'angle incidente $\theta_i = 0^\circ$. La figure (2.10b) montre les courants surfaciques obtenus avec l'EICM discrétisée en utilisant la fonction pulse. La variation de la SER, à travers laquelle nous comparons l'EICE discrétisée en utilisant la fonction RWG et l'EICM discrétisée en utilisant la fonction pulse, est montrée dans la figure (2.10c). Nous constatons qu'étant une surface fermée, la diffusion par une sphère peut être calculée en utilisant l'EICE ou l'EICM.

Plan conducteur

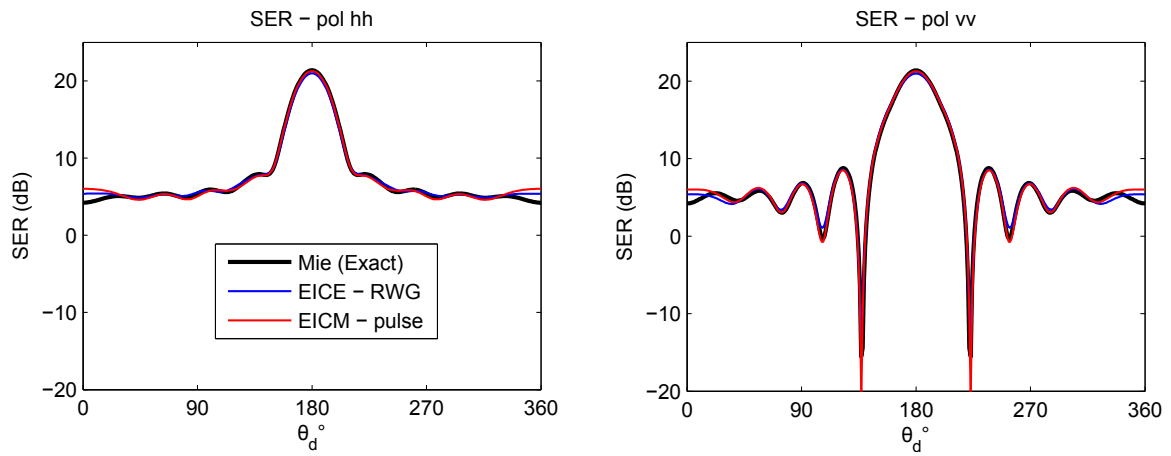
Nous considérons un plan de dimension $2\lambda \times 2\lambda$ illuminé également par une onde plane sous l'angle incident $\theta_i = 0^\circ$. La figure (2.11b) montre le courant de surface obtenu avec l'EICE discrétisée en utilisant la fonction de base *Rooftop*. La SER est donnée dans la figure (2.11c). Nous constatons qu'étant une surface ouverte, seule l'EICE est utilisable pour modéliser la diffusion par cette forme géométrique.



(a) Configuration de l'observation

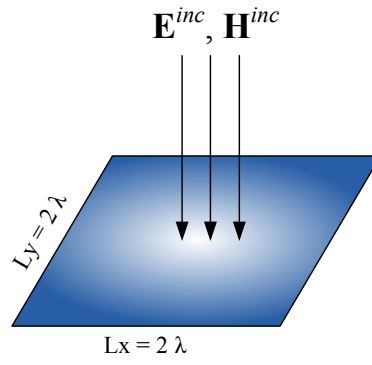


(b) Courants de surface : polarisations horizontale et verticale

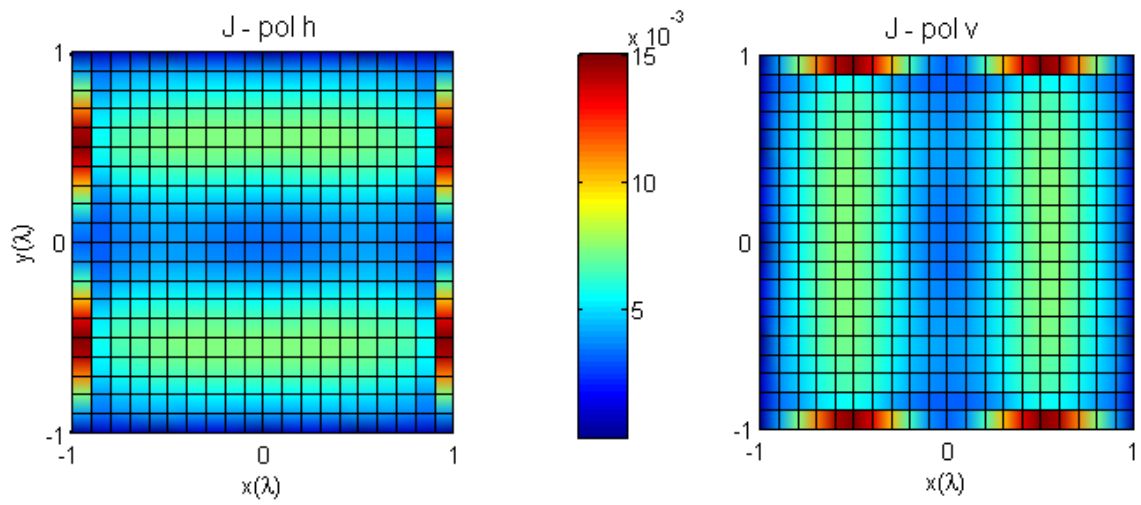


(c) SER : polarisations horizontale et verticale

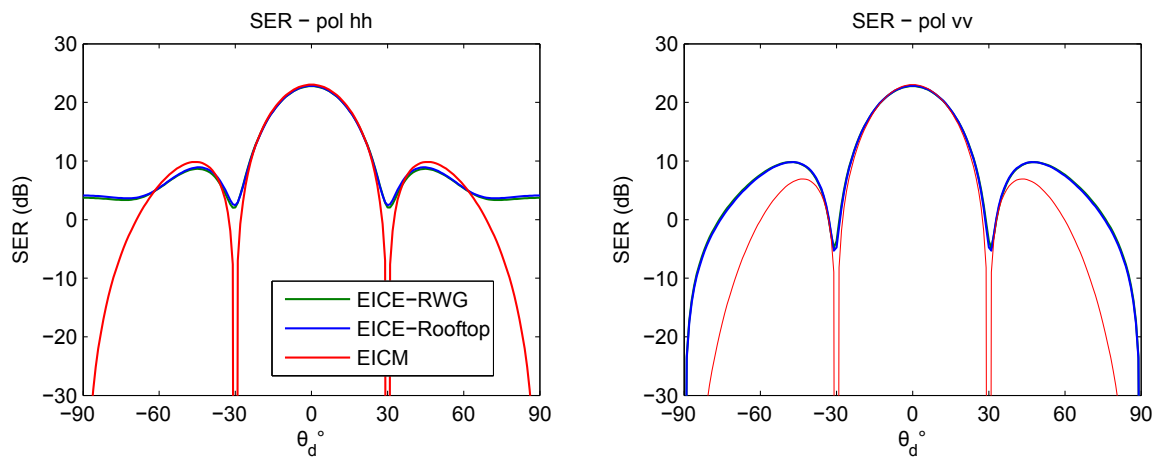
FIGURE 2.10: Diffusion EM par une sphère conductrice calculée en utilisant la méthode MdM-Classique



(a) Configuration de l'observation



(b) Courants de surface : polarisations horizontale et verticale



(c) SER : polarisations horizontale et verticale

FIGURE 2.11: Diffusion EM par un plan conducteur calculée en utilisant la méthode MdM-Classique

2.2.3 MdM-Classique vs Courbure de la surface

En analysant l'utilisation de la méthode MdM-Classique pour calculer la diffusion EM par plusieurs formes géométriques 2D, Davis et al [22] ont démontré que l'erreur de calcul augmente en fonction de la courbure de la surface. Pour retrouver les résultats de cette étude, nous calculons le courant de surface pour des ellipses ayant le même périmètre avec la courbure différente comme le montre la figure (2.12).

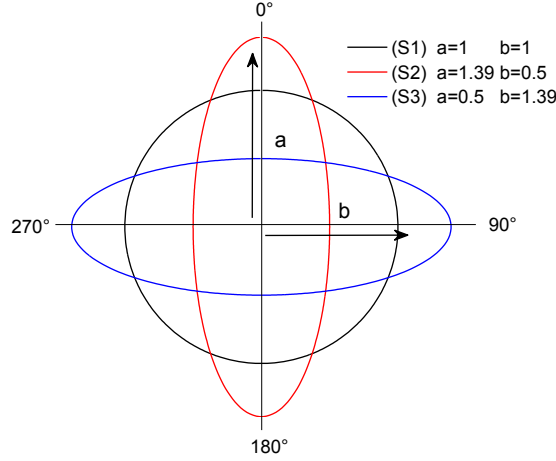


FIGURE 2.12: 3 Ellipses de longueur infinie présentant 3 courbures différentes

Les variations des courants de surface pour chaque ellipse sont données dans la figure (2.13). Nous constatons que les courants varient de façon plus significative dans la partie de grande courbure. Pour ellipse S2, cette variation est sur l'angle 0° et 180° et pour S3 sur l'angle 90° et 270° .

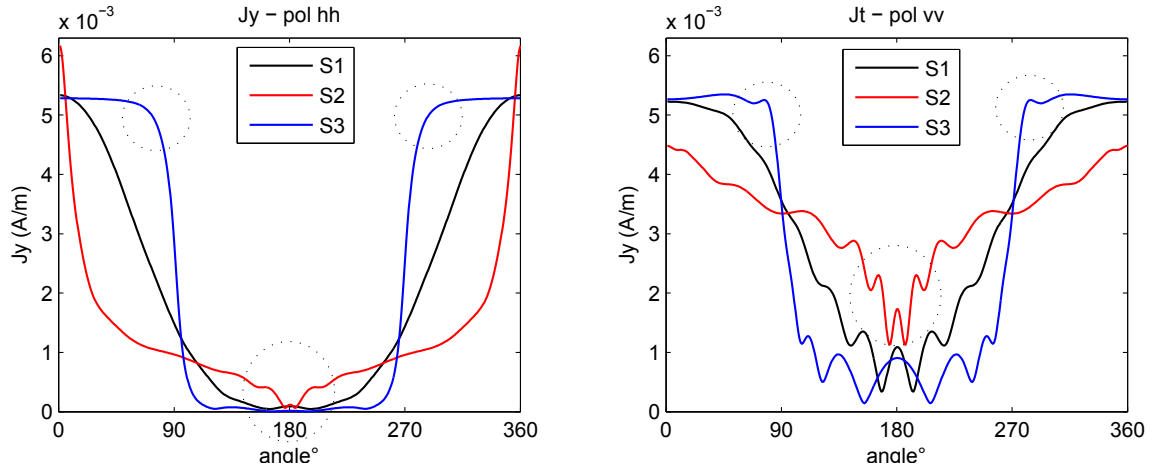


FIGURE 2.13: Courants de surface des ellipses : polarisations horizontale et verticale

Pour modéliser précisément ce problème, nous pouvons utiliser la méthode MdM-Classique. Par ailleurs, pour avoir la même précision pour ces trois formes géométriques, nous devons discrétiser la surface de manière plus fine sur la partie de grande courbure. Une autre solution est d'utiliser la méthode MdM-OS combinée avec le maillage *NURBS*. Cette dernière démarche permet de garder le même pas de maillage dans toute partie de la surface. Dans la suite de ce travail, nous présentons l'application de la méthode MdM-Ordre Supérieur.

2.3 MdM-Ordre Supérieur

La méthode MdM-Ordre Supérieur (MdM-OS) ouvre une grande souplesse dans la résolution des équations intégrales. En augmentant l'ordre de fonction de base, nous pouvons discrétiser la surface avec le pas plus grand que le pas standard utilisé dans la méthode MdM-Classique ($d = \lambda/10$). Un compromis entre le choix de l'ordre et le pas de discrétisation est exigé afin de trouver une résolution optimale de l'équation.

2.3.1 Structure 2D

Dans cette sous-section, nous présentons les fonctions de base adoptées pour la méthode MdM-OS ainsi que l'application de la méthode pour un cylindre conducteur parfait.

2.3.1.1 Fonctions de base

Comme dans le cas de la méthode MdM-Classique, le choix des polynômes utilisés dans la méthode MdM-OS est toujours basé sur l'espace fonctionnel de la fonction à approcher. Théoriquement, tous les types de polynômes sont utilisables pour approcher une fonction appartenant à l'espace $\mathbf{W}^{0,2}$. Kaluzidja et al [82], par exemple, utilisent simplement la série de puissance alors que Hamilton et al [83] utilisent le produit de Jacobi avec les polynômes de Legendre. Pour généraliser les fonctions de base applicables pour résoudre tout le problème de la diffusion EM 2D (espaces $\mathbf{W}^{0,2}$ et $\mathbf{W}^{1,2}$), Djordevic et al [84, 85] ont développé trois polynômes dont on peut imposer la continuité. Cependant, ces trois polynômes ne sont pas orthogonaux². Cela conduit rapidement à la mauvaise condition du système matriciel [2].

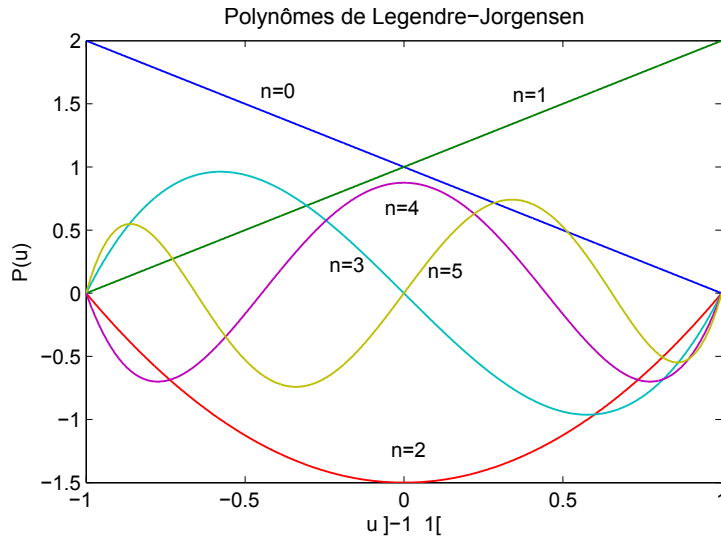


FIGURE 2.14: Polynômes de Legendre-Jorgensen [2]

Des polynômes orthogonaux proposés par Jorgensen permettent à la fois l'imposition de la continuité et le développement d'un système matriciel stable. Ces polynômes, appelés par la suite « Legendre-Jorgensen », sont une modification des polynômes de Legendre et sont donnés par :

². Deux fonctions (également deux composant de polynômes) sont orthogonales entre elles si leur produit scalaire est égal à zéro

$$\mathbb{B}_n^N(u) = \tilde{L}_n^N(u) = \begin{cases} 1 - u & n = 0 \\ 1 + u & n = 1 \\ L_n^N(u) - L_{n-2}^N(u) & n \geq 2 \end{cases} \quad \text{avec } u \in]-1, 1[\quad (2.35)$$

où L_n^N sont des polynômes de Legendre d'ordre N avec les membres de polynômes $n = 0, 1, 2, \dots, N$. Les polynômes de Legendre sont donnés par la formule de Rodriguez suivante :

$$L_n^N(u) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{du^n} \left[(u^2 - 1)^n \right] \quad \text{avec } n = 0, 1, 2, \dots, N \quad (2.36)$$

La représentation de ces polynômes pour l'ordre $N = 5$ est montrée dans la figure (2.14). Les deux premiers membres des polynômes ($n = 0$ et $n = 1$) sont des fonctions linéaires. Celles-ci nous permettent de définir deux types de fonctions de base d'ordre supérieur : « discontinue » et « continue ». Pour le premier type, chaque coefficient de polynômes pour chaque sous-domaine est calculé librement alors que pour le deuxième type, nous imposons la continuité entre les sous-domaines voisins comme le montre la figure (2.15). Les termes supérieurs ($n \geq 2$) sont nuls sur l'extrémité et n'interviennent pas pour la continuité de la fonction.

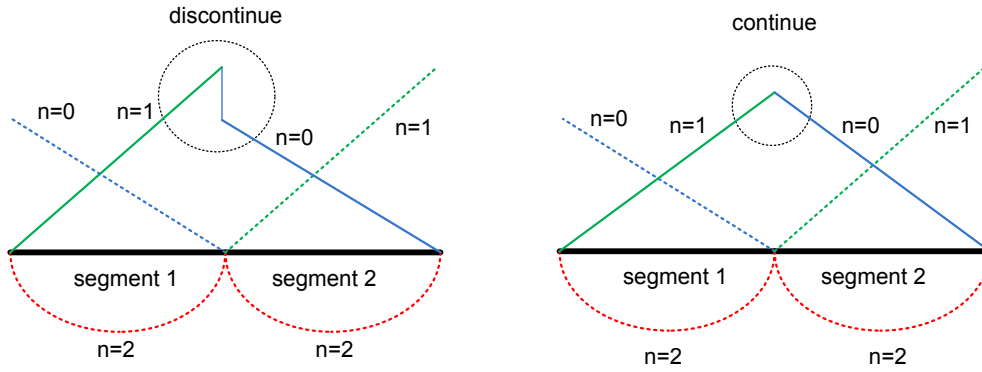


FIGURE 2.15: Fonctions de base d'Ordre Supérieur : continue et discontinue

En notant Q comme le nombre de maillage, nous avons $Q(N + 1)$ d'inconnue lorsque nous utilisons la fonction de base discontinue. En imposant la continuité, nous pouvons diminuer le nombre d'inconnue à $Q(N)$. Cependant cette diminution signifie que nous perdons un degré de liberté de calcul. Nous signalons également que les pôlynomes sont définis sur un système de coordonnées arbitraire $u \in]-1, 1[$. Ils doivent être ajustés sur chaque maillage ce qui nécessite une manipulation de la transformation du système de coordonnées.

Afin d'explorer l'avantage de la méthode MdM-OS pour approcher les courants surfaciques dans le cas d'une surface présentant une courbure importante, elle est combinée avec le maillage *NURBS*. L'expression de la courbe *NURBS* est donnée par la relation ci-dessous :

$$\mathbf{r}(u) = \frac{\sum_{k=0}^K w_k \mathbf{P}_k B_k^K(0.5u + 0.5)}{\sum_{k=0}^K w_k B_k^K(0.5u + 0.5)}, \quad u \in]-1, 1[$$

où w_k est la fonction de pondération, \mathbf{P}_k est le point de contrôle, B_k^K est le polynôme de Bernstein d'ordre K avec $k = 0, 1, 2, \dots, K$ (annexe D). Vu que le maillage *NURBS* est également défini dans $u \in]-1, 1[$, nous pouvons facilement ajuster la fonction de base de la méthode MdM pour chaque maillage *NURBS*.

2.3.1.2 Applications

Afin d'illustrer l'utilisation de la méthode Mdm-Ordre Supérieur, nous considérons un objet de forme géométrique que l'on a traité précédemment ; un cylindre de longueur infinie de rayon r_c illuminé par une onde EM incidente de longueur d'onde $\lambda = r_c$ et sous l'angle incident $\theta_i = 0^\circ$. En polarisation horizontale, nous utilisons l'EICE pour modéliser le problème et en polarisation verticale nous utilisons l'EICM. Vu que les fonctions inconnues dans ces équations sont dans l'espace $\mathbf{W}^{0,2}$, les fonctions de base discontinues et continues peuvent être utilisées.

Premièrement, le cylindre est discrétisé en utilisant le maillage *NURBS* avec un pas de discrétisation fixé à 10 dix fois plus grand que le pas standard ($D = 10d$) où $d = \lambda/10$. Ceci donne 6 sous-domaines de la surface comme le montre la figure (2.16). En faisant varier l'ordre de la fonction de base (N) et le type des fonctions de base (continu et discontinu), nous montrons comment la méthode MoM-OS approche le courant de surface pour deux types de polarisation (horizontale et verticale).

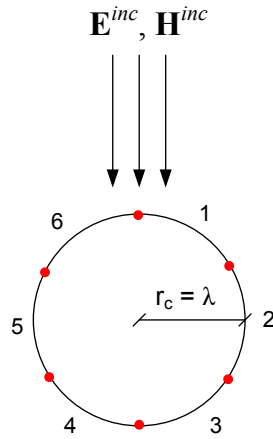


FIGURE 2.16: Observation du cylindre de longueur infinie maillé avec 6 segments *NURBS*

Deuxièmement, nous faisons varier le pas de discrétisation (D) et l'ordre de fonction de base (N) afin d'étudier la précision de la méthode MoM-OS pour des configurations différentes. Nous utilisons le critère d'erreur moyenne quadratique « *Root Mean Square Error (RMS-Err)* » suivant :

$$RMS - Err = \sqrt{\frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} |X - X_{ref}|^2} \quad (2.37)$$

où N_s est le nombre de points, X regroupe les courants et les SER obtenus à partir de la simulation numérique (MM-OS) et X_{ref} regroupe ceux obtenus à partir de calcul analytique. Dans notre exemple, nous prenons $N_s = 360$ points. Cette critère d'erreur est normalisée « *Normalized RMS (NRMS-Err)* » de manière suivante :

$$NRMS - Err = \frac{RMS - Err}{X_{ref}(\max) - X_{ref}(\min)} \times 100\%, \quad (2.38)$$

Nous analysons également l'influence de rapport de la longueur d'onde avec le rayon du cylindre (courbure de la surface).

Polarisation horizontale

Les variations de courants surfaciques obtenus pour deux types de fonctions de base sont montrées dans la figure (2.17). Le pas de discrétisation choisi ($D = 10d$) est très grand pour que nous puissions utiliser la méthode MdM-Classique (pulse et triangle) de façon fiable. L'augmentation de l'ordre peut cependant compenser l'erreur liée à ce choix de pas. Pour chaque ordre de polynôme, nous constatons une grande oscillation de courants sur l'extrémité des sous-sections. Imposer la continuité permet d'atténuer ces oscillations, autrement dit, diminuer l'erreur locale de courant.

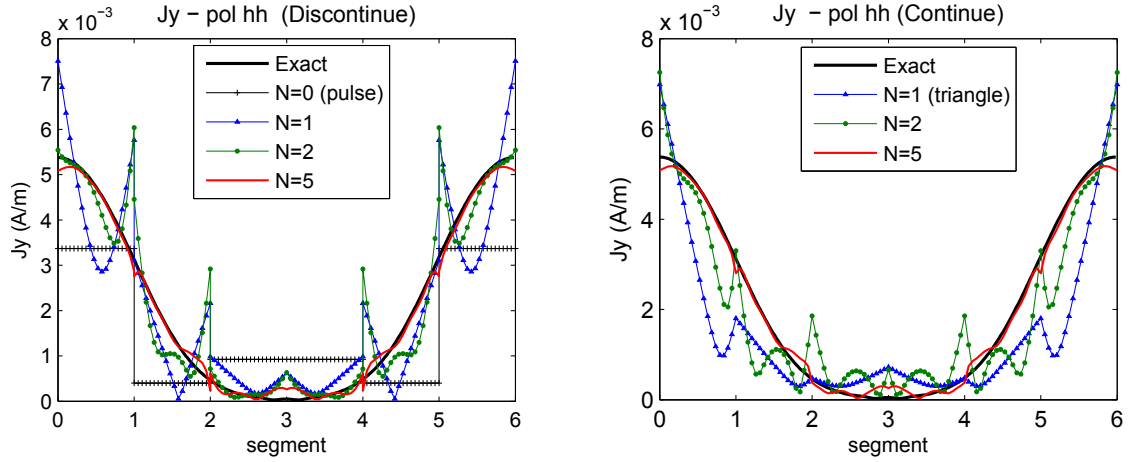


FIGURE 2.17: Courant de surface (pol-horizontale) : fonctions de base discontinue et continue

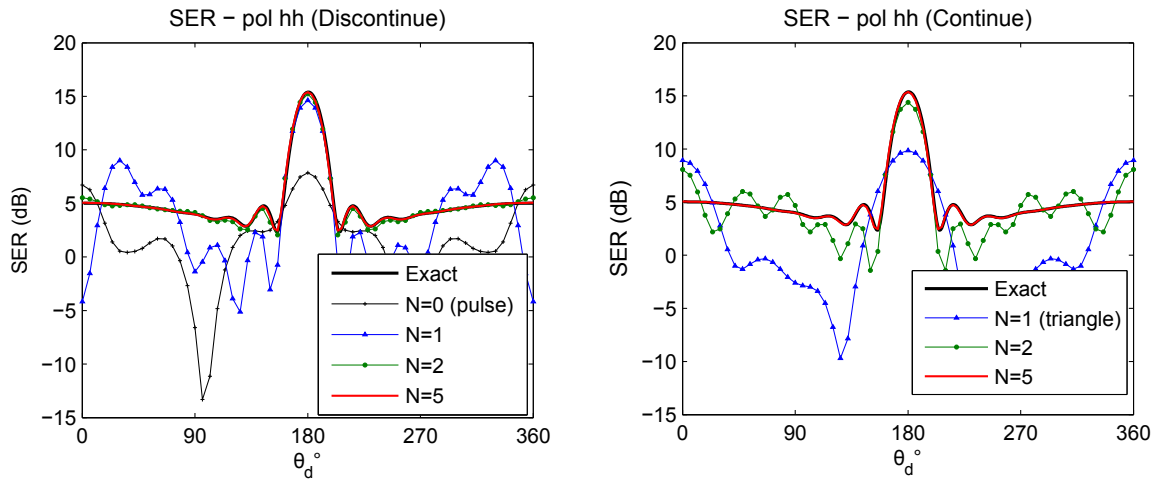


FIGURE 2.18: SER (pol-horizontale) : fonctions de base discontinue et continue

Les variations de SER obtenues à partir de courants surfaciques sont montrées dans la figure (2.18). Nous constatons que la fonction de base discontinue donne le résultat plus précis que la fonction de base continue. Cette différence est nettement démontrée pour l'ordre $N = 2$. Nous voyons donc que le choix de la continuité ou de la discontinuité est fortement conditionné par ce que l'on cherche. En champ lointain dans lequel la SER est une priorité, on privilégiera d'utiliser la fonction de base discontinuité alors qu'en champ proche, on impose plutôt la continuité pour avoir une distribution de courant moins oscillante.

Globalement, nous constatons que pour un pas de discrétisation donné, plus on augmente l'ordre, mieux on approche les résultats exacts. Pour vérifier ce fait, nous étudions la précision du calcul des courants et des SER pour deux types de fonctions de base (discontinue et continue) en utilisant le critère de $NRMS-Err$ donné par l'équation (2.37). L'erreur en fonction de l'ordre (N) et le pas de discrétisation (D) est montrée dans la figure (2.19). Ici N varie entre l'ordre 0 (pulse) à l'ordre 10 et le pas de discrétisation entre $1d$ à $15d$ (où $d = \lambda/10$). Nous constatons que pour chaque pas de discrétisation, il existe un ordre qui donne l'erreur minimale. L'erreur de courant est en générale plus grande que l'erreur sur la SER. En outre, les fonctions de base discontinues révèlent une marge d'erreur plus petite que celle obtenue en base continue. Ceci est dû au fait que l'imposition de continuité réduit le degré de liberté de calcul.

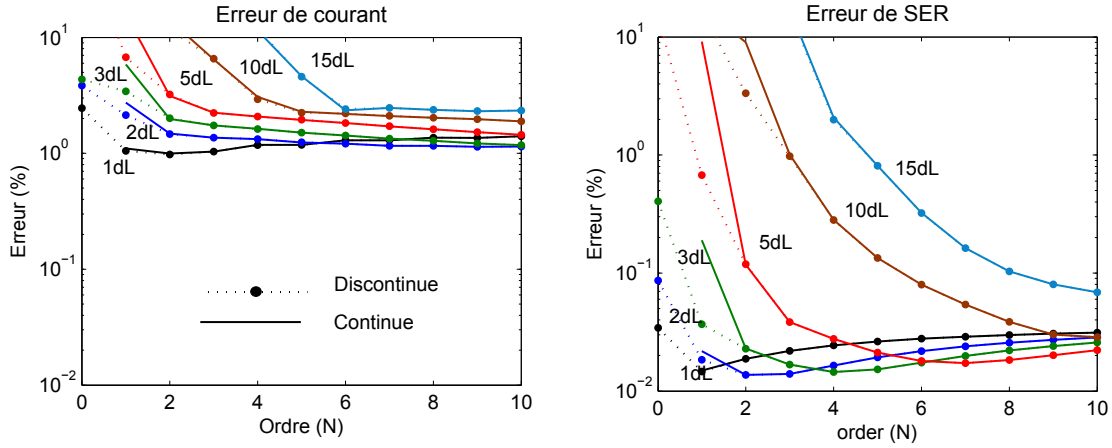


FIGURE 2.19: Erreur de courant et de SER en fonction de l'ordre N et le pas de discrétisation D (pol-horizontale)

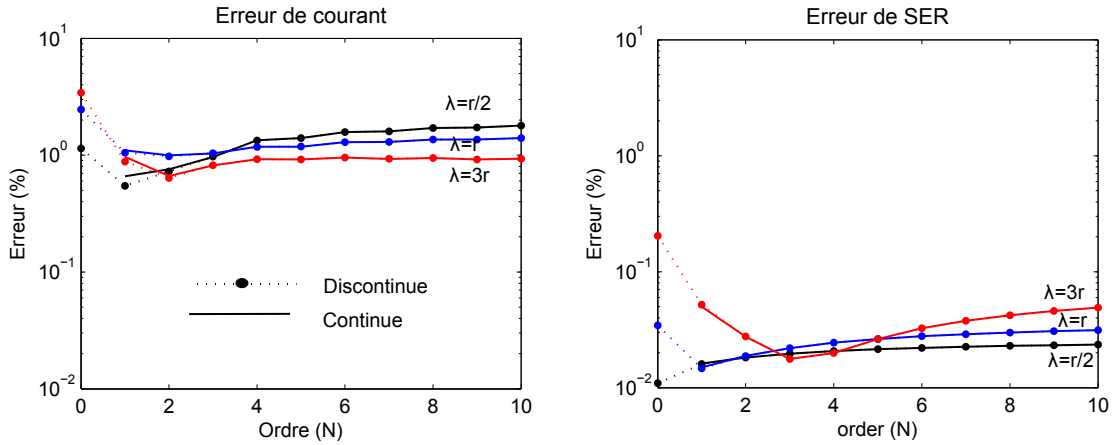


FIGURE 2.20: Erreur de courant et des SER en fonction de la longueur d'onde λ (pol-horizontale)

Pour voir l'influence de la courbure de surface, nous prenons ensuite uniquement un pas de discrétisation ($1d$) et nous faisons varier l'ordre de fonction de base et la longueur d'onde incidente (figure (2.20)). On constate que l'augmentation de l'ordre permet dans une première partie de la courbe de diminuer l'erreur. Puis l'erreur augmente à nouveau. Nous avons donc mis en évidence un ordre optimal. On remarque que cet optimal correspond à un petit ordre à faible courbure ($\lambda = r/2$) et augmente pour une courbure forte au moyenne $\lambda = 3r$.

Polarisation verticale

Les courants surfaciques obtenus pour deux types de fonctions de base sont montrés dans la figure (2.21). Comme le cas de la polarisation horizontale, le pas de discrétisation choisi ($10d$) est très grand pour que nous puissions utiliser la méthode MdM-Classique (pulse et triangle). L'augmentation de l'ordre peut cependant compenser l'erreur dû au choix de ce pas. Nous constatons également une grande oscillation de courants sur l'extrémité des sous-sections. Cette oscillation est beaucoup plus importante que celle obtenue en polarisation horizontale. Imposer la continuité peut servir à la diminuer. L'impact de l'imposition de la continuité est montré clairement pour l'ordre $N = 2$. Nous remarquons que l'ordre $N = 5$ est suffisant pour compenser ce pas de discrétisation donné. Pour cet ordre ($N = 5$), la différence entre la fonction de base continue et de base discontinue n'est plus significative.

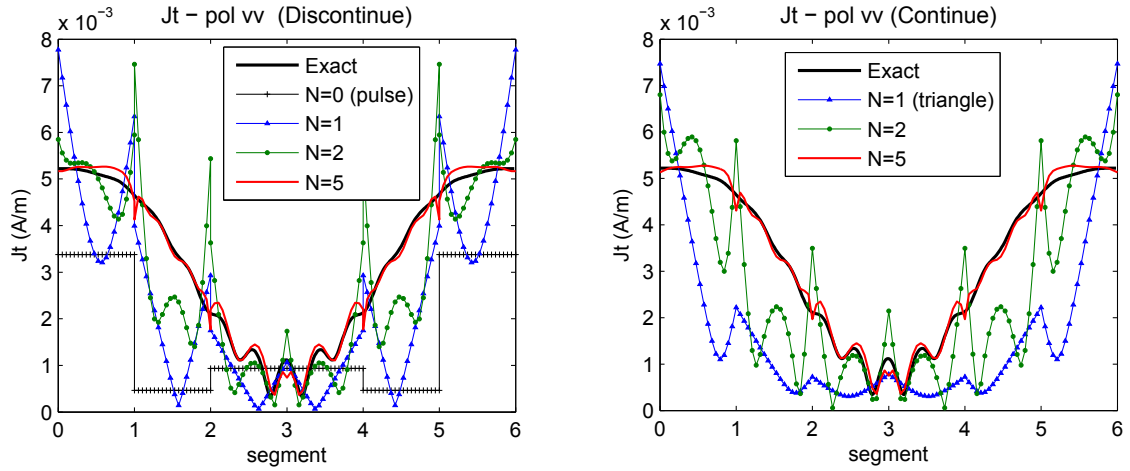


FIGURE 2.21: Courants de surface (pol-verticale) : fonctions de base discontinue et continue

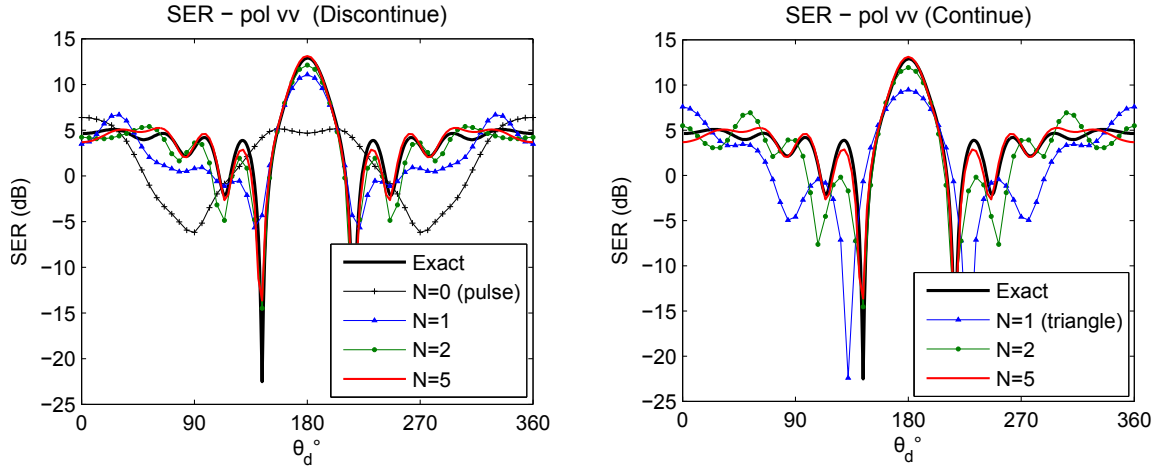


FIGURE 2.22: SER (pol-verticale) : fonctions de base discontinue et continue

Les SER obtenues à partir des courants surfaciques sont présentées dans la figure (2.22). Nous constatons que la fonction de base discontinue donne un résultat plus précis que celui obtenu avec la fonction de base continue. Ceci se voit pour l'ordre $N = 2$. Pour l'ordre $N = 5$, les résultats de SER sont presque identiques. Ceci nous donne l'information qu'en champ lointain, on privilégiera la discontinuité alors qu'en champ proche de la surface on impose plutôt la continuité de la fonction de base.

La précision de la méthode en fonction du pas de discrétisation (D) et de l'ordre de fonction de base (N) est montrée dans la figure (2.23). D'abord, contrairement à la polarisation horizontale, nous constatons qu'il n'existe pas un point optimum. La précision augmente en élevant l'ordre de polynôme et en diminuant le pas de discrétisation. La précision de courant et de SER sont presque identiques.

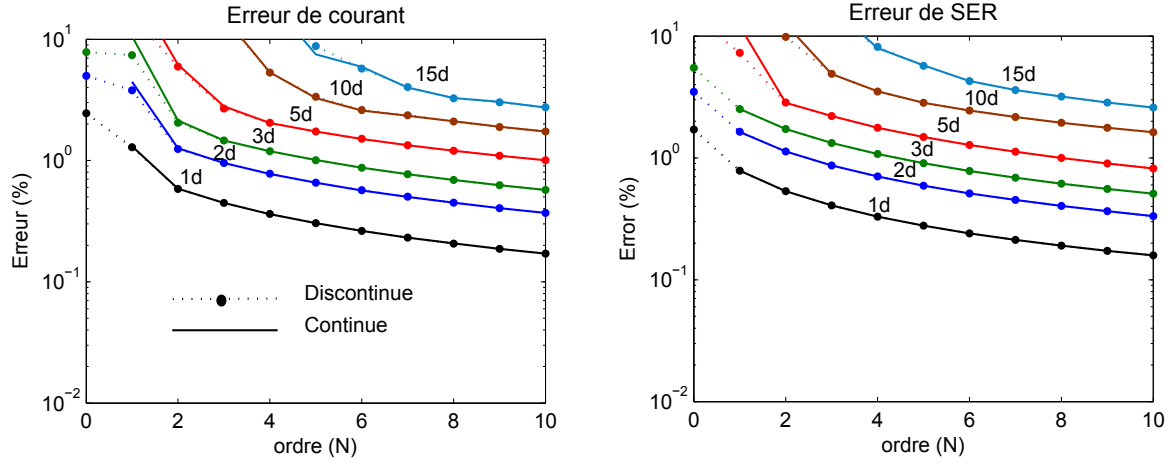


FIGURE 2.23: Erreur des courants et des SER en fonction de l'ordre N et le pas de discrétisation D (pol-v verticale)

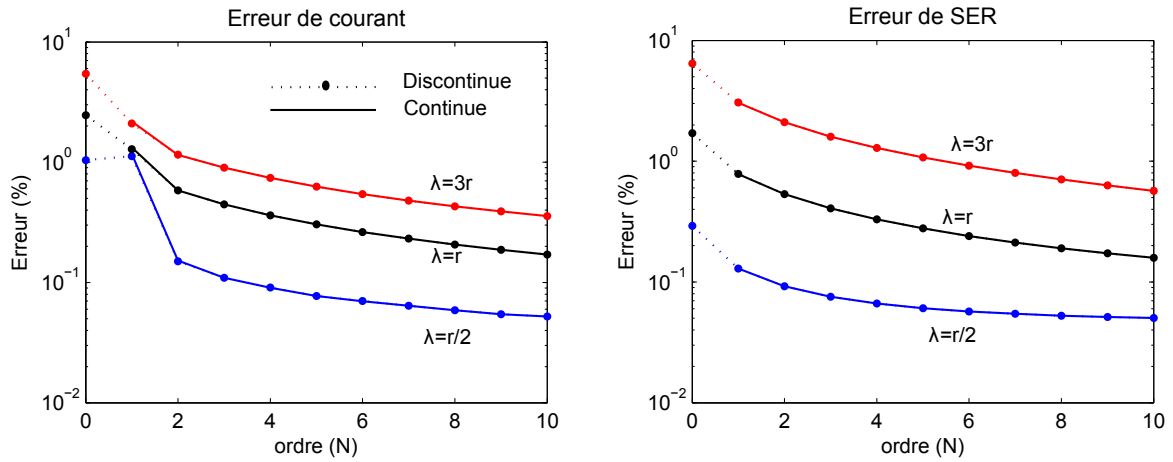


FIGURE 2.24: Erreur des courants et des SER en fonction de l'ordre N et de longueur d'onde λ (pol-v verticale)

En prenant un pas de discrétisation constant ($1d$) et en faisant varier l'ordre de fonction de base et la longueur d'onde incidente, nous obtenons les erreurs de calcul dans la figure (2.24). Ici nous prenons trois valeurs pour la longueur d'onde : $\lambda = r/2$, $\lambda = r$ et $\lambda = 3r$. En terme de courbure de surface, nous passons de surface de petite courbure à celle de grande courbure. Nous constatons que les erreurs de calcul augmentent en fonction de la courbure. Cependant, l'augmentation de l'ordre peut diminuer l'erreur pour tous niveau de courbure de la surface.

Temps de calcul

Indépendamment de la précision, le temps de calcul est également un facteur important à prendre en compte dans l'utilisation des méthodes numériques. L'augmentation de la précision implique logiquement un temps de calcul plus élevé. L'échelle de priorité dans ce cas doit être défini avant de choisir telle ou telle méthode. Nous pouvons utiliser la méthode plus lente si la précision est une priorité et celle plus rapide dans le cas contraire.

Dans l'utilisation de la méthode MdM, la consommation de temps la plus importante est issue de deux parties. La première est le calcul de l'intégration pour développer les matrices \mathbf{V} et \mathbf{Z} et la deuxième est la résolution du système matriciel linéaire. Le calcul de l'intégration dépend de l'ordre du polynôme pour les fonctions de base et de test. Plus l'ordre est grand, plus on a besoin de point pour présenter les polynômes et par conséquent augmente le temps du calcul. La méthode de l'intégration « quadrature gaussien » nous permet d'optimiser ce nombre de points [86, 87]. Quant à la résolution de système linéaire, le temps de calcul est lié directement aux dimensions des matrices \mathbf{V} et \mathbf{Z} .

Dans ce travail nous nous intéressons surtout à la précision de la méthode. Nous n'utilisons aucune méthode d'accélération pour diminuer le temps de calcul ; ni dans la construction des matrices, ni dans la résolution du système linéaire. Cependant pour donner l'idée générale de la consommation du temps pour la méthode MdM-OS, nous estimons le temps de calcul en fonction de l'ordre et le pas de discrétisation dans la figure (2.25). Pour prendre en compte toute la généralité du problème, on prend comme référence le temps de calcul pour un ordre $N = 0$ (fonction de base pulse) avec un pas de discrétisation standard ($1d$) ou $\lambda/10$. On note également que le temps de calcul pour la polarisation horizontale est quasiment identique que pour la polarisation verticale.

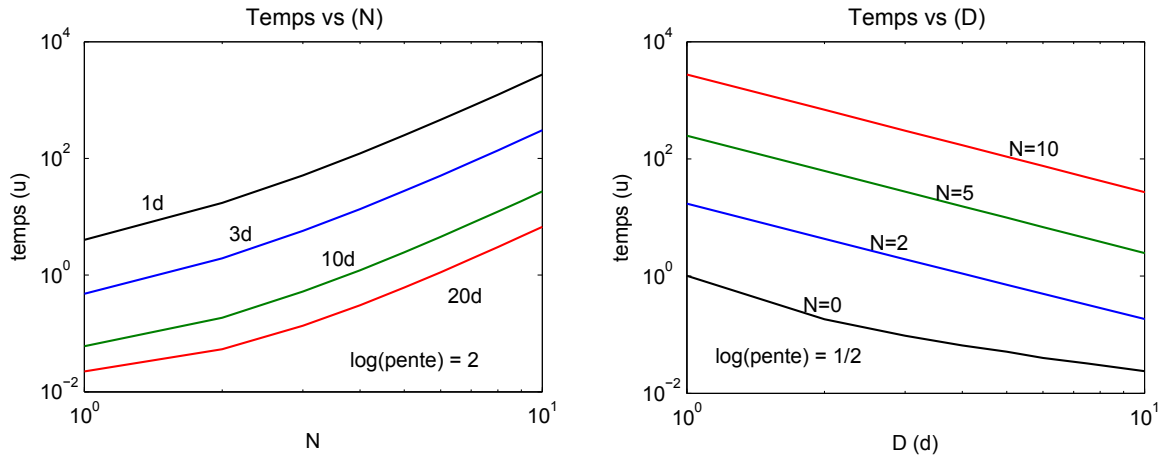


FIGURE 2.25: Le temps de calcul en fonction de l'ordre (N) et le pas de discrétisation (D)

L'analyse sur le pente du temps du calcul de la figure (2.25) nous permet d'établir une approximation du temps suivante :

$$Temps \approx C_{CPU} \left(\frac{N}{D} \right)^2 \quad (2.39)$$

C_{CPU} représente le constant du CPU (l'ordinateur), N est l'ordre de fonction de base et D et le pas de discrétisation en fonction de d . Cette approximation montre que l'augmentation d'ordre de polynôme augmente considérablement le temps de calcul ce qui constitue l'inconvénient majeur de la méthode MM-Ordre Supérieur. Une solution pour diminuer le temps est d'adopter le calcul parallèle dans la construction du système matriciel [88].

2.3.2 Structure 3D

Dans cette sous-section, nous présentons les fonctions de base utilisées pour la méthode MdM-OS pour un système de dimension 3. Un exemple d'application est donné pour le cas d'une sphère conductrice parfaite.

2.3.2.1 Fonction de base

Il existe également plusieurs types de polynômes bi-dimensionnels qu'on peut adopter en tant que fonction de base pour la méthode MdM-OS. Afin de pouvoir imposer la continuité et également pour avoir une forme matricielle stable, Jorgensen a proposé d'utiliser les polynômes bi-dimensionnels suivant [2] :

$$\mathbb{B}_{mn}^{MN}(u) = \tilde{L}_m^M(u) L_n^N(v) \quad (2.40)$$

$$\mathbb{B}_{mn}^{MN}(v) = \tilde{L}_m^M(v) L_n^N(u) \quad (2.41)$$

où $u, v \in [-1, 1]$ représentent une surface bidimensionnelle arbitraire, L_n^N est les polynômes de Legendre et \tilde{L}_m^M est le polynôme de Legendre-Jorgensen. Les membres des polynômes sont donnés par $m = [0, 1, 2 \dots M]$ et $n = [0, 1, 2 \dots N]$ avec M et N indiquent l'ordre des polynômes bi-dimensionnels. Nous notons que les termes $B_{0,0}^{MN}$ et $B_{0,1}^{MN}$ sont les fonctions linéaires. En imposant la continuité de ces termes, nous obtenons la fonction de base *Rooftop*. Pour $m \geq 2$, la fonction est zéro sur l'extrémité. Ils ne participent donc pas au terme de la continuité de la fonction. La fonction de base jusqu'à l'ordre $M, N = 2, 2$ est montrée dans la figure (2.26)

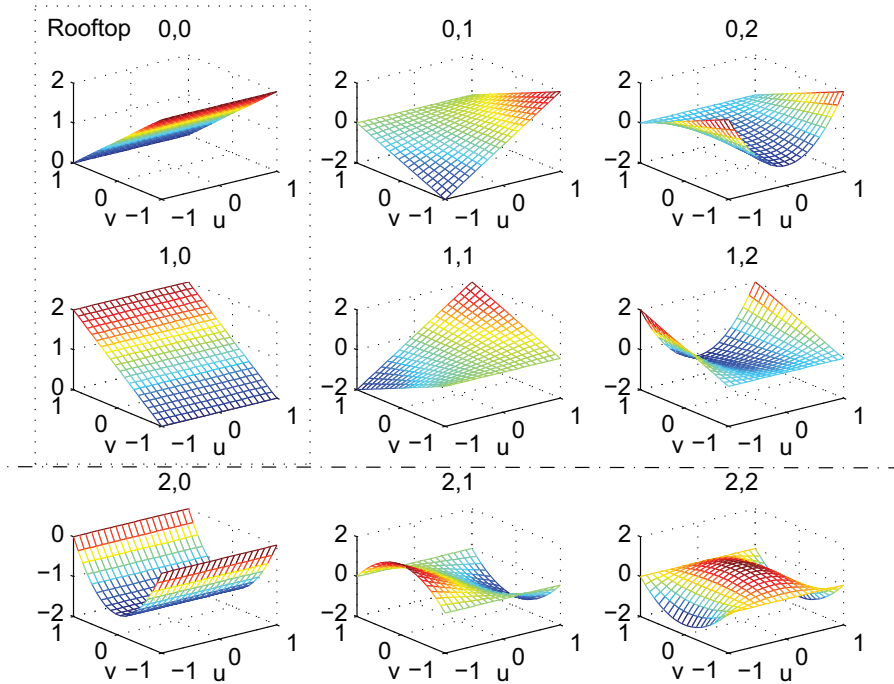


FIGURE 2.26: Fonctions de base d'ordre supérieur ($M=2$ et $N=2$)

En notant Q comme le nombre de maillage, le nombre d'inconnue dans la MoM-OS est $Q(M+1)(N)$ lors que nous imposons la continuité et $Q(M+1)(N+1)$ lorsque la continuité n'est pas imposée. Nous pouvons également combiner la méthode MM-OS avec le maillage *NURBS* que nous présentons dans l'annexe (D).

2.3.2.2 Applications

Dans la figure (2.27), nous montrons les courants de surface et les SER obtenus en utilisant la méthode MdM-OS combinée avec le maillage *NURBS*. Nous utilisons dans ce cas la formulation l'EICM ce qui nous permet de ne pas imposer la continuité des fonctions de base. Le pas de discrétisation choisi est $\simeq \lambda$. Nous constatons qu'en augmentant l'ordre de fonction de base, MdM-OS permet d'approcher le courant avec un pas important. Il faut aller jusqu'à l'ordre $M, N = 3, 3$ dans cet exemple pour trouver le résultat correct. Comme dans le cas 2D, nous rémarquons également une grande oscillation sur les extrémités de chaque sous-domaine.

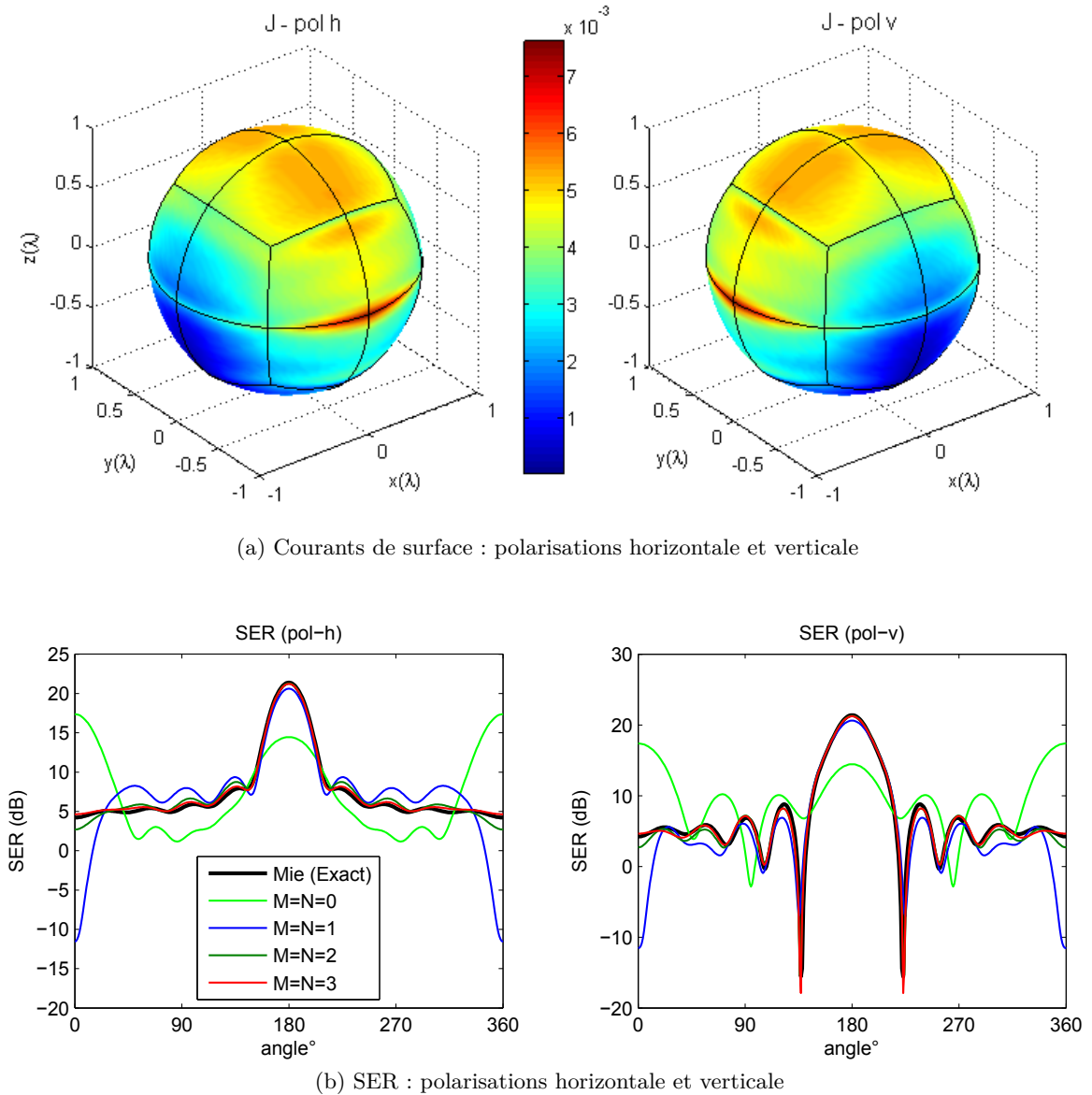


FIGURE 2.27: Diffusion EM d'une sphère conductrice calculée en utilisant la méthode MdM-OS

2.4 Diffusion EM par des surfaces naturelles

Nous avons appliqué la Méthode des Moments pour résoudre le problème de la diffusion électromagnétique par des objets de taille finie. Dans cette section, nous allons expliciter son utilisation pour modéliser la diffusion par des surfaces naturelles. Les surfaces naturelles telles que le sol et la mer sont caractérisées par des surfaces rugueuses de taille infinie. Généralement, la modélisation de la diffusion EM dans ce contexte a pour but de calculer la répartition d'énergie selon le niveau de la rugosité de la surface. Comme illustré dans la figure (2.28), lorsque la surface a une faible rugosité, la quasi-totalité de l'énergie va être diffusée dans la direction spéculaire. Plus la rugosité est forte, alors l'énergie va être diffusée dans plus de directions. En réalité, une surface naturelle a une rugosité multi-échelle.

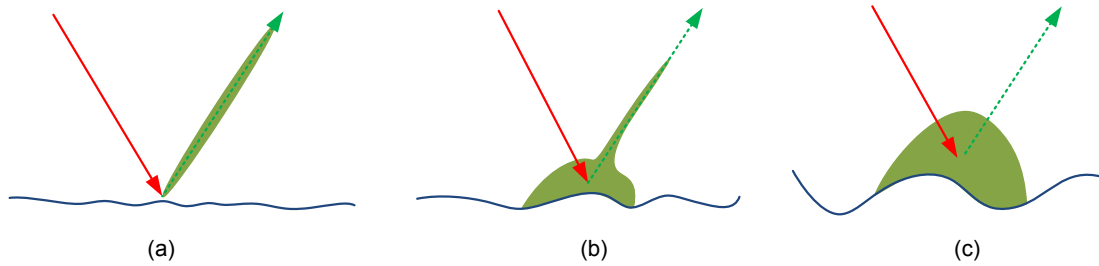


FIGURE 2.28: Répartition d'énergie diffusée selon le niveau de la rugosité de la surface (a) faible rugosité (b) rugosité moyenne (c) forte rugosité.

Pour utiliser la méthode MmM dans ce contexte, nous devons tenir compte du fait que les méthodes numériques exigent la limitation du domaine de calcul. L'utilisation de l'onde plane en tant que modèle d'onde incidente provoque l'apparition d'effets de bord ce qui n'est pas justifiable physiquement. Les courants dus à l'effet de bord vont perturber l'information des valeurs des champs diffusés. Pour éviter ce phénomène, nous pouvons utiliser une onde « conique » en tant qu'onde incidente.

2.4.1 Onde conique

De manière simple, une onde conique est une onde qui s'annule sur ses extrémités. Elle doit donc respecter les équations d'ondes. Il existe plusieurs modèles de l'onde incidente conique et nous présenterons quelques modèles souvent utilisés dans le cas 2D et 3D.

2.4.1.1 Modèle 2D

Le modèle de l'onde conique 2D le plus simple est l'onde de Thorsos. L'avantage de ce modèle est que nous évitons le calcul d'intégration ce qui le rend simple à utiliser. Cependant, ce modèle n'est pas applicable pour modéliser les problèmes proches des angles rasants [36]. Un autre modèle qui est applicable pour tous les angles incidents est le faisceau gaussien.

Onde de Thorsos

Dans le modèle de Thorsos [89, 90], une onde purement plane est pondérée par une fonction gaussienne afin d'annuler les champs sur le bord. Pour respecter les équations d'onde, on lui rajoute un facteur de correction qu'on appelle « le facteur de Thorsos ». L'onde scalaire Thorsos est donnée par l'équation (2.42).

$$\chi^{inc}(\mathbf{r}) = \underbrace{\exp(ik(\mathbf{r} \cdot \hat{r}_i))}_{\text{onde plane}} \underbrace{\exp\left(-\frac{(x+z \tan \theta_i)^2}{g_i^2}\right)}_{\text{gaussienne}} \underbrace{F_{thor}(\mathbf{r})}_{\text{facteur de Thorsos}} \quad (2.42)$$

avec

$$F_{thor}(\mathbf{r}) = 1 + \frac{\left[2\frac{(x+z \tan \theta_i)^2}{g_i^2} - 1\right]}{(kg_i \cos \theta_i)^2} \quad (2.43)$$

où k est le nombre d'onde, θ_i est l'angle incident, \hat{r}_i est la direction d'onde, g_i est le paramètre d'onde qui détermine la largeur d'onde conique et $F_{thor}(\mathbf{r})$ est le facteur correction de Thorsos. Nous notons que pour $g_i \rightarrow \infty$, nous avons le profil d'onde plane monochromatique. La puissance de l'onde conique de Thorsos est donnée par :

$$P^{inc} = \frac{\cos \theta_i}{2\eta} g_i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left\{ 1 - \frac{1 + 2 \tan^2 \theta_i}{2k^2 g_i^2 \cos^2 \theta_i} \right\} \quad (2.44)$$

où $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ est l'impédance d'onde.

Faisceau Gaussien

C'est un faisceau dont l'évolution du profil transversal d'amplitude en fonction de la propagation spatiale est proportionnelle à une fonction gaussienne. Ce modèle d'onde incidente ne contient plus une seule fréquence comme dans le modèle d'onde plane monochromatique. En définissant le plan de fréquence suivante :

$$\mathbf{K} = k\hat{r} = K_x\hat{x} + K_y\hat{y} + K_z\hat{z} \quad (2.45)$$

nous pouvons présenter le faisceau gaussien scalaire par la relation [36, 91] :

$$\chi^{inc}(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} (\exp(iK_x x - iK_z z) \cdot \zeta(K_x)) dK_x \quad (2.46)$$

Le spectre $\zeta(K_x)$ qui contient l'information d'annulation de champs sur l'extrémité est donné par :

$$\zeta(K_x) = \frac{g_i}{2\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{g_i^2 (K_x - K_{ix})^2}{4}\right) \quad (2.47)$$

La puissance d'onde pour ce modèle est :

$$P^{inc} = \frac{g_i^2}{4\eta k} \int_{-K_x}^{K_x} \exp\left(-\frac{g_i^2 (K_x - K_{ix})^2}{2}\right) dK_x \quad (2.48)$$

où $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ est l'impédance d'onde, $K_{ix} = k\hat{r}_i$ et \hat{r}_i désigne la direction d'onde centrale.

Le modèle de faisceau gaussien donne une solution exacte des équations d'ondes et est donc utilisable pour tous les angles incidents, y compris aux angles rasants [36]. La figure (2.29) montre les faisceaux gaussiens pour différentes valeurs de g_i . Nous constatons que le choix de $g_i = L/2$ n'élimine pas complètement les champs sur le bord. Le choix de $g_i = L/8$ par contre, ne couvre pas suffisamment la surface. Le choix de $g_i = L/4$ est pertinent pour éviter ces deux contraintes.

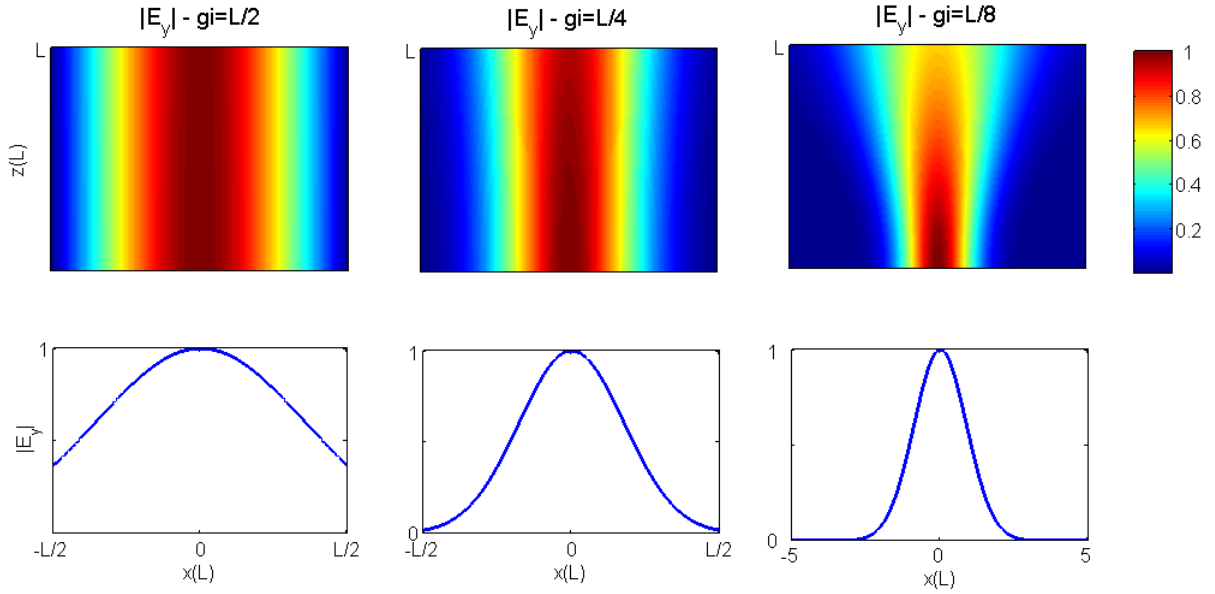


FIGURE 2.29: Faisceau gaussien pour différentes valeurs de g_i dans le plan $(\hat{x} - \hat{z})$ et son empreinte sur un plan de largeur L

2.4.1.2 Modèle 3D

La succès de l'onde de Thorsos pour présenter une onde conique 2D est dû à l'absence du calcul d'intégration. Il existe également le modèle « sans-intégration » pour construire une onde conique 3D comme on peut le trouver dans le travail de Braunisch et al [92]. Cependant ce modèle reste très complexe comparé au modèle de faisceau Gaussien. Un faisceau gaussien non polarisé pour le problème 3D est défini par :

$$\chi(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} (\exp(iK_x x + iK_y y - iK_z z) \cdot \zeta(K_x, K_y)) dK_x dK_y \quad (2.49)$$

où

$$K_z = k_z(K_x, K_y) = \begin{cases} \sqrt{K^2 - K_x^2 - K_y^2} & \text{si } K^2 > K_x^2 + K_y^2 \\ -i\sqrt{K_x^2 + K_y^2 - K^2} & \text{si } K^2 < K_x^2 + K_y^2 \end{cases} \quad (2.50)$$

Le premier cas $(K^2 > K_x^2 + K_y^2)$, appelé onde propagative, correspond à l'onde plane qui se propage dans $z > 0$. Le deuxième cas $(K^2 < K_x^2 + K_y^2)$, appelé onde évanescente correspond à l'onde dont l'amplitude s'atténue exponentiellement dans la direction $z > 0$. Le spectre de faisceau est donné sous forme de la fonction gaussienne suivante :

$$\zeta(K_x, K_y) = \frac{g_i}{4\pi} \exp\left(-\frac{g_i^2 [(K_x - K_{ix})^2 + (K_y - K_{iy})^2]}{4}\right) \quad (2.51)$$

La puissance de ce faisceau gaussien est donnée par la relation :

$$P^{inc} = \frac{2\pi^2}{\eta} \int \frac{K_z}{K} |\zeta(K_x, K_y)|^2 dK_x dK_y \quad (2.52)$$

Pour construire une onde électromagnétique, on doit rajouter le terme de polarisation dans l'équation (2.49). En définissant $\mathbf{p_E}$ comme la polarisation du champ électrique et $\mathbf{p_M}$ comme celle du champ magnétique, nous avons les relations suivantes :

$$\mathbf{E}^{inc}(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \{\mathbf{p_E}(K_x, K_y) \exp(iK_x x + iK_y y - iK_z z) \cdot \zeta(K_x, K_y)\} dK_x dK_y \quad (2.53)$$

$$\mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\eta} \int_{-\infty}^{\infty} \{\mathbf{p_M}(K_x, K_y) \exp(iK_x x + iK_y y - iK_z z) \cdot \zeta(K_x, K_y)\} dK_x dK_y \quad (2.54)$$

Les termes de polarisations sont donnés par :

$$\mathbf{p_E}(K_x, K_y) = c_h \hat{h}(K_x, K_y) + c_v \hat{v}(K_x, K_y) \quad (2.55)$$

$$\mathbf{p_M}(K_x, K_y) = c_v \hat{h}(K_x, K_y) - c_h \hat{v}(K_x, K_y) \quad (2.56)$$

avec

$$\hat{h}(K_x, K_y) = \begin{cases} \hat{x} \sin \phi_i - \hat{y} \cos \phi_i & |K_x + K_y| = 0 \\ \frac{1}{K_{xy}} (\hat{x} K_y - \hat{y} K_x) & |K_x + K_y| > 0 \end{cases} \quad (2.57)$$

$$\hat{v}(K_x, K_y) = \begin{cases} \hat{x} \cos \phi_i - \hat{y} \sin \phi_i & K_{xy} = 0 \\ \frac{K_z}{K K_{xy}} (\hat{x} K_x + \hat{y} K_y) + \hat{z} \frac{K_{xy}}{K} & K_{xy} > 0 \end{cases} \quad (2.58)$$

où $K_{xy} = \sqrt{K_x^2 + K_y^2}$ et c_h et c_v sont les termes qui désignent le type de polarisation (horizontale ou verticale). Tsang et al [36, 93, 94] ont choisi c_h et c_v comme des constantes indépendantes de K_x et K_y . Cependant, ce modèle rencontre le problème pour présenter une onde incidente pour l'angle incident normal ($\theta_i = 0^\circ$) et pour les angles rasants ($\theta_i \approx 90^\circ$). Pour construire une onde incidente conique propre et applicable pour tout les angles incidents, Braunisch a [95] proposé d'utiliser c_h et c_v suivants :

$$c_h = c_h(K_x, K_y) = \mathbf{p_E i} \cdot \hat{h}(K_x, K_y) \quad (2.59)$$

$$c_v = c_v(K_x, K_y) = \mathbf{p_H i} \cdot \hat{v}(K_x, K_y) \quad (2.60)$$

avec

$$\mathbf{p_E i} = c_{hi} \hat{h}_i + c_{vi} \hat{v}_i \quad (2.61)$$

$$\mathbf{p_H i} = c_{vi} \hat{h}_i - c_{hi} \hat{v}_i \quad (2.62)$$

où h_i et v_i désignent la direction d'onde centrale. Ils sont donnés par :

$$\hat{h}_i = -\sin \phi_i \hat{x} + \cos \phi_i \hat{y} \quad (2.63)$$

$$\hat{v}_i = \cos \theta_i \cos \phi_i \hat{x} + \cos \theta_i \sin \phi_i \hat{y} - \sin \theta_i \hat{z} \quad (2.64)$$

La figure (2.30) montre l'empreinte de l'onde incidente selon Tsang et selon Braunisch. Nous constatons que le modèle proposé par Braunisch présente une empreinte gaussienne propre pour l'angle incident normal ($\theta_i = 0^\circ$).

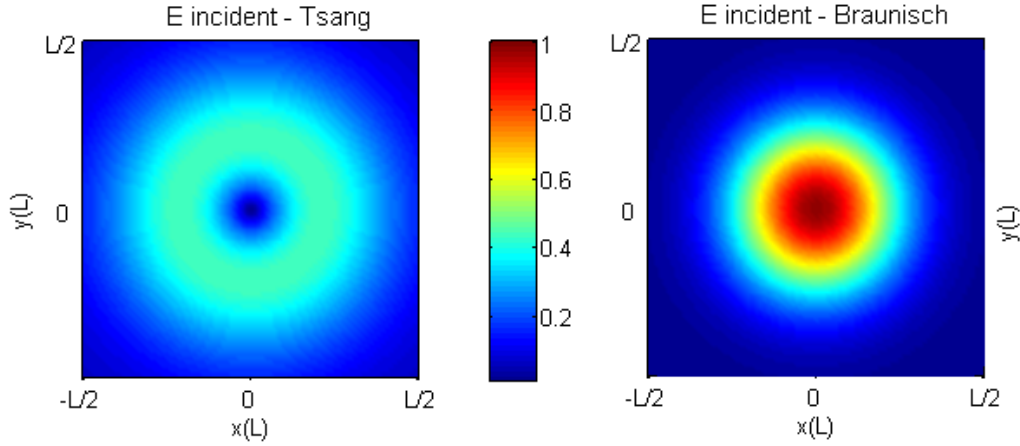


FIGURE 2.30: L’empreinte des ondes coniques pour l’angle incident normal ($\theta_i = 0^\circ$) : Modèle de Tsang et Modèle de Braunsch

2.4.1.3 Effets de l’onde conique

Nous avons précisé que le rôle principal d’une onde incidente conique est d’effacer l’effet de bord. En réalité, cette onde a un autre effet, celui de « fermer » le domaine d’étude sur les extrémités de la surface. Afin de vérifier cette affirmation, dans la figure (2.31), nous montrons les courants surfaciques produits par les ondes coniques de différentes valeurs de g_i sur un plan de largeur $L = 10\lambda$. Pour une onde purement plane ou pour une onde de $g_i = L/2$, la surface reste ouverte. Dans ces conditions, l’EICE et l’EICM ne donnent pas les mêmes résultats. Par contre, pour une onde de $g_i = L/4$ où la surface est complètement enfermée, les courants donnés par l’EICE et l’EICM sont identiques. Ceci nous permet d’interpréter qu’en utilisant une onde conique, nous pouvons utiliser l’EICE et l’EICM pour modéliser le problème de la diffusion EM.

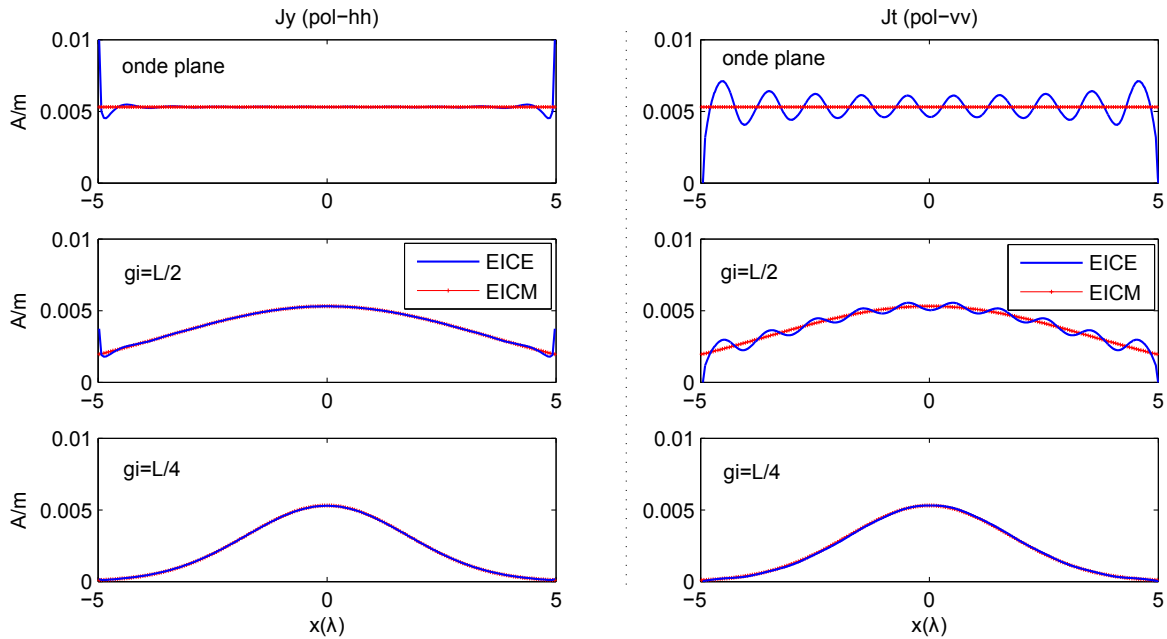


FIGURE 2.31: Courants surfaciques en polarisations horizontale et verticale provoqués par une onde incidente conique pour différentes valeurs de g_i

2.4.2 Applications

Afin de mieux comprendre le comportement des champs diffusés par des surfaces rugueuses, nous considérons des surfaces sinusoïdales et des surfaces gaussiennes. Les surfaces sinusoïdales permettent de montrer le principe du calcul des champs diffusés pour le cas des surfaces rugueuses déterministes alors que des surfaces gaussiennes permettent de montrer le principe du calcul dans le cas où des surfaces concernées sont issues des phénomènes aléatoires.

2.4.2.1 Surfaces sinusoïdales

Une surface rugueuse sinusoïdale mono-dimensionnelle avec la période de surface (ls) égale à la hauteur (hs) est montrée dans la figure (2.32). Une onde incidente conique est envoyée sur cette surface sous un angle incidente $\theta_i = 0^\circ$. En faisant varier la longueur d'onde incidente (λ), nous obtenons les SER-Normalisée dans la figure (2.33). La normalisation de la SER est effectuée avec la puissance d'onde conique. Les champs diffusés et totaux sont donnés dans la figure (2.34).

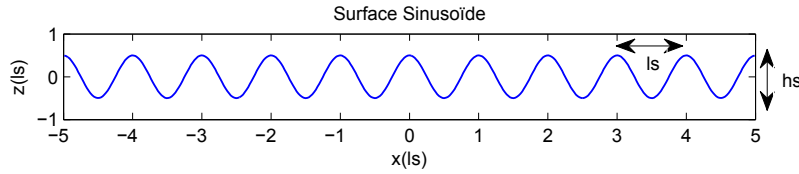


FIGURE 2.32: Surface sinusoïdale mono-dimensionnelle

Les SER-Normalisées montrent que plus le niveau de rugosité de la surface est grand vis-à-vis de la longueur d'onde, les ondes sont diffusées dans plus de directions. Pour $\lambda = 2ls$, ces ondes sont diffusées uniquement dans la direction (0°) et pour $\lambda = ls/2$, elles sont diffusées dans la direction $0^\circ, \pm 30^\circ, \pm 80^\circ$. Quant aux valeurs des champs diffusés et des champs totaux (figure 2.34), elles permettent de modéliser le comportement du système de la diffusion EM en champ proche. Nous constatons clairement la différence entre les polarisations horizontale et verticale.

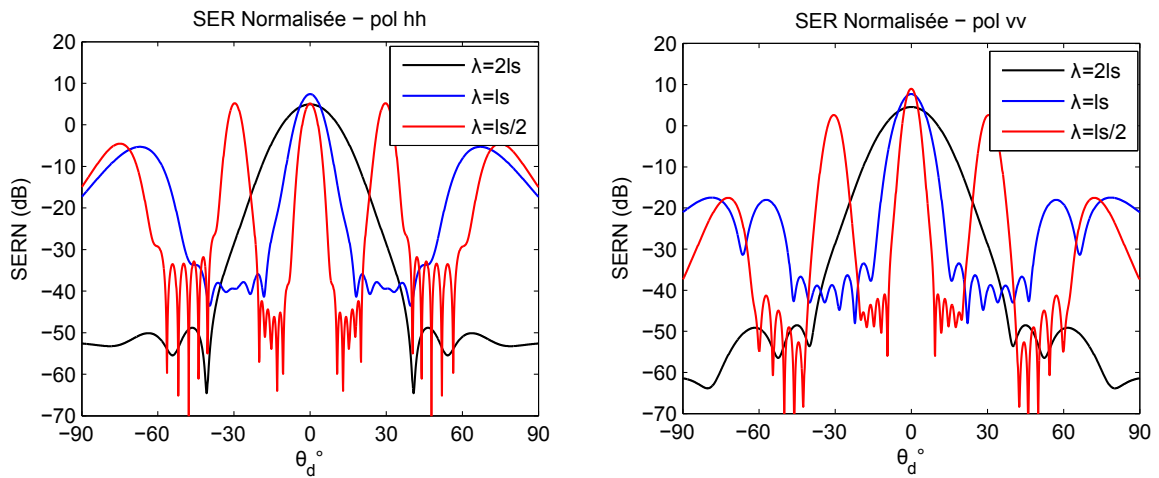
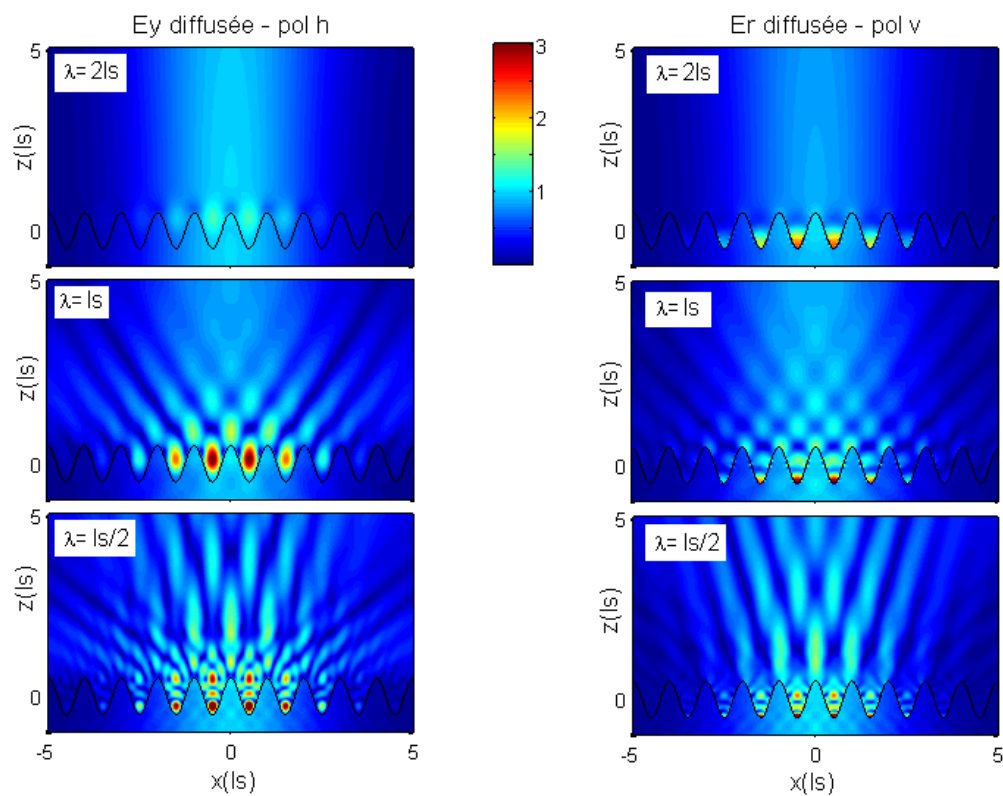
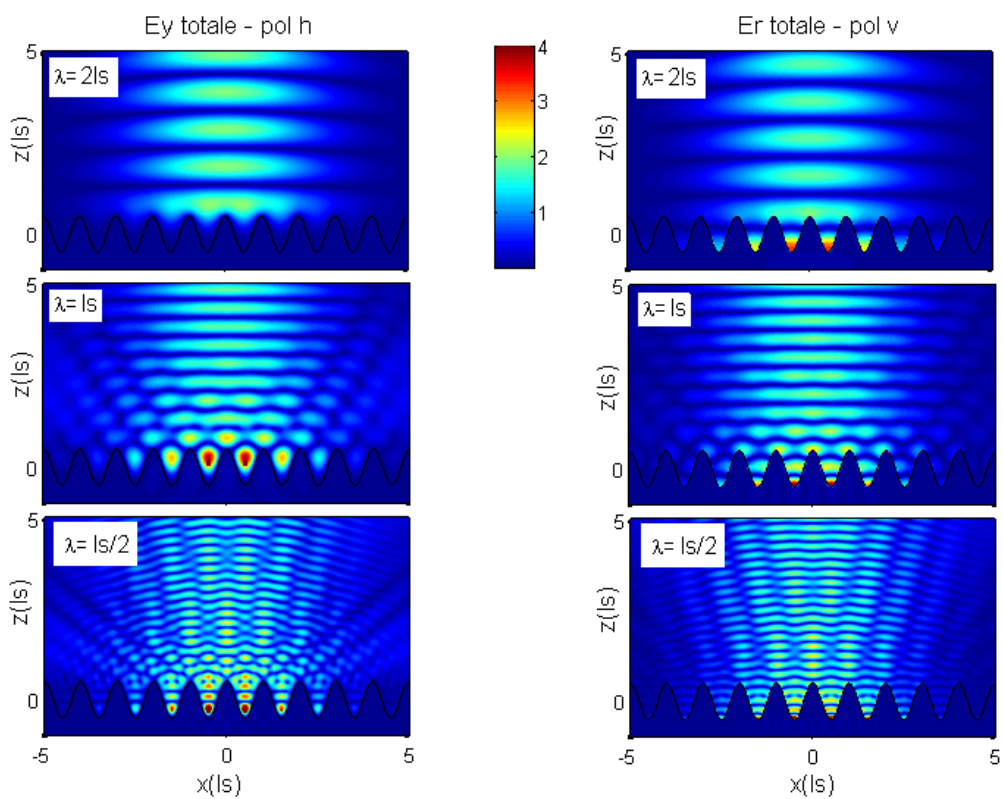


FIGURE 2.33: SER Normalisées : polarisations horizontale et verticale



(a) Ondes diffusées : polarisations horizontale et verticale



(b) Ondes totales : polarisations horizontale et verticale

FIGURE 2.34: Ondes diffusées et ondes totales au dessus d'une surface sinusoïdale mono-dimensionnelle pour différentes valeurs de la longueur d'onde

Une surface sinusoïdale mono-dimensionnelle permet seulement de caractériser le comportement des champs en co-polarisation. Pour connaître le comportement des champs en polarisation croisée, nous considérons une surface sinusoïdale bi-dimensionnelle comme le montre la figure (2.35).

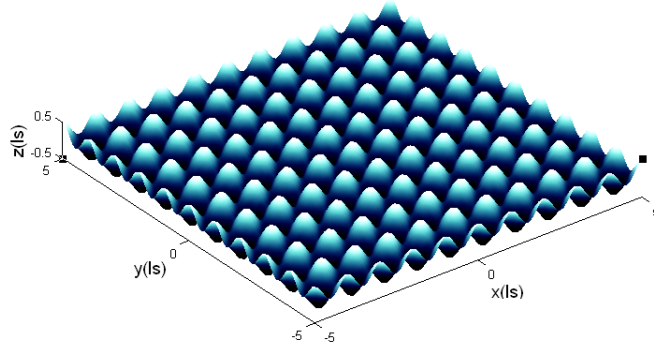


FIGURE 2.35: Surface sinusoïdale bi-dimensionnelle

Le comportement des champs 3D en co-polarisation est similaire au cas 2D précédent. Cependant, les SER Normalisées en cross-polarisation dans cet exemple sont trop petites pour qu'on puisse tirer la conclusion concernant l'influence de la rugosité de la surface. Nous pouvons dans ce cas utiliser un angle incident décliné.

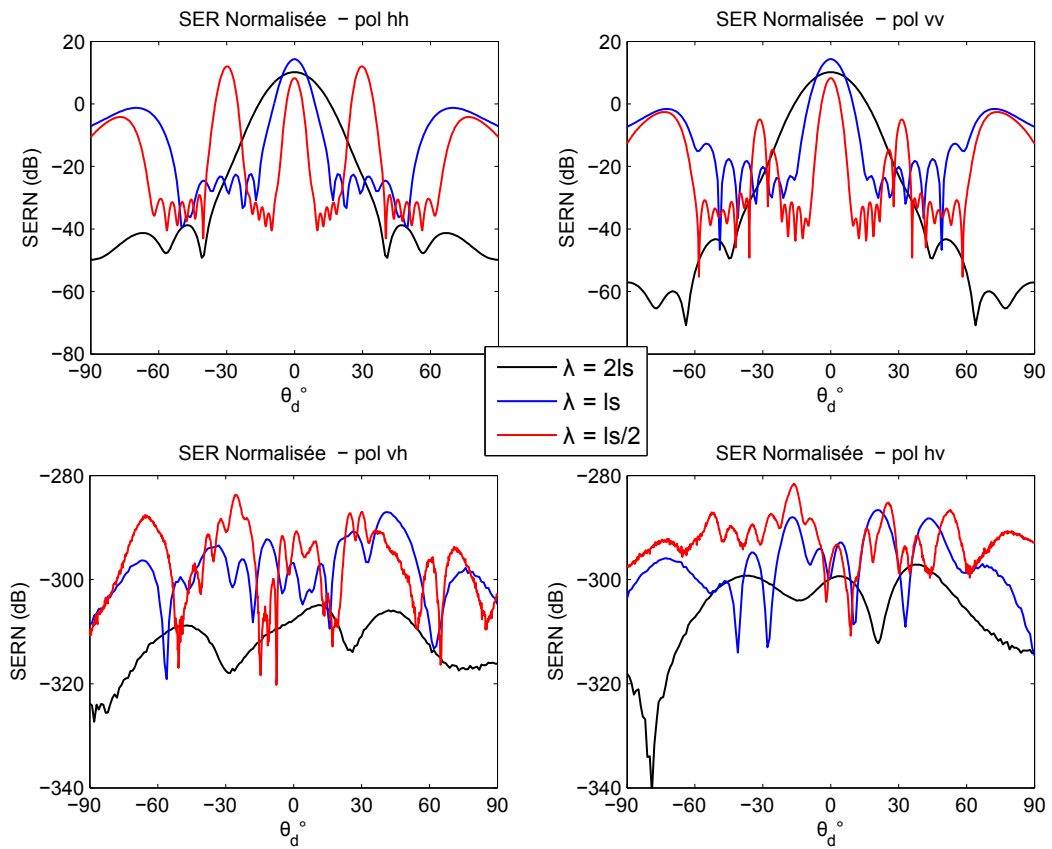


FIGURE 2.36: SER Normalisée pour 4 types de polarisation (hh,vv,hv,vh)

2.4.2.2 Surfaces gaussiennes aléatoires

Dans les exemples précédents, nous avons utilisé la méthode MdM pour calculer les champs de diffusion EM par des surfaces rugueuses déterministes. Cependant dans beaucoup de cas, une surface rugueuse (par exemple la mer) peut être vue globalement comme un processus aléatoire. Pour modéliser la diffusion électromagnétique par ce type de surface avec la méthode MdM, nous devons générer plusieurs surfaces qui suivent certaines lois statistiques et de calculer les champs de diffusion pour chaque surface générée. Avec la technique de Monte-Carlo, nous cherchons à estimer les grandeurs statistiques moyennes des champs diffusés dans toutes les directions [96, 93, 97].

Une surface aléatoire est caractérisée par sa fonction « densité spectrale de puissance (DSP) » ou simplement « spectre de surface », définie comme la transformée de Fourier de la fonction de l'auto-corrélation. En notons $\mathcal{E}(x)$ comme la fonction de l'élévation de la surface à un point (x) , l'auto-corrélation de cette fonction est définie par :

$$C_{\mathcal{E}\mathcal{E}}(u) = \lim_{u \rightarrow \infty} \frac{1}{u} \int_{-u/2}^{+u/2} \mathcal{E}(x+u)\mathcal{E}(x)dx \quad (2.65)$$

où u est le paramètre de translation. La transformée de Fourier de cette fonction d'auto-corrélation donne le spectre de surface :

$$\zeta(K_x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C_{\mathcal{E}\mathcal{E}}(u) \exp(-iK_x u) du \quad (2.66)$$

Avec la transformation de Fourier inverse, nous pouvons également trouver la fonction d'auto-corrélation à partir du spectre de surface.

$$C_{\mathcal{E}\mathcal{E}}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(K_x) \exp(iK_x u) dK_x \quad (2.67)$$

Le modèle souvent utilisé pour décrire une surface aléatoire est le spectre Gaussien. Ce spectre, pour le cas d'une surface mono-dimensionnelle est donné par :

$$\zeta(K_x) = \frac{l_g}{2\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{l_g^2}{4} K_x^2\right) \quad (2.68)$$

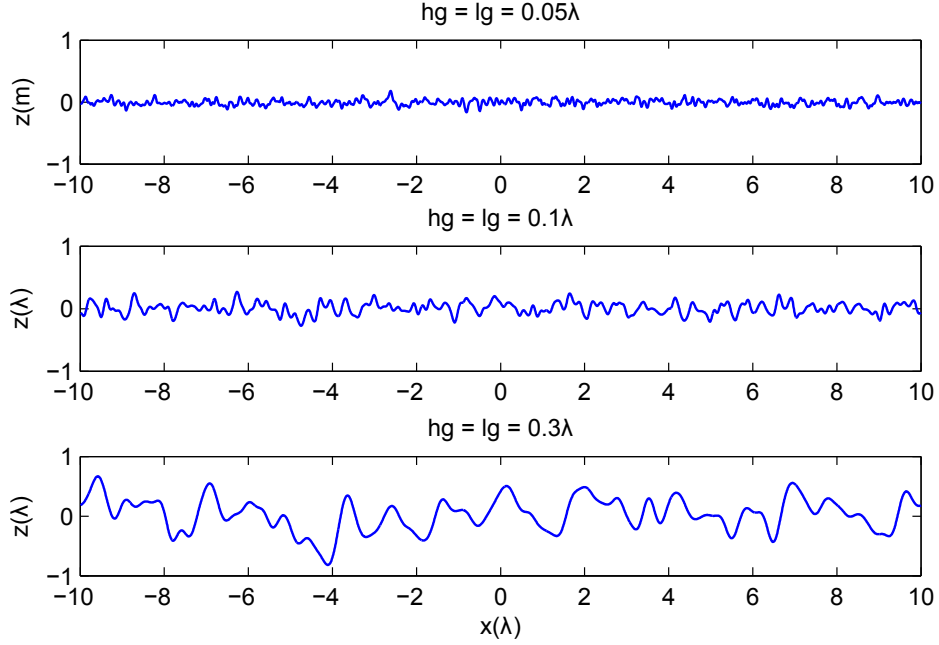
où l_g est la longueur de corrélation et h_g est la variance. Cette expression peut être adaptée au cas bi-dimensionnel en utilisant K_x et K_y :

$$\zeta(K_x, K_y) = \frac{l_g}{4\pi} \exp\left(-\frac{l_g^2}{4} (K_x^2 + K_y^2)\right) \quad (2.69)$$

En effet, il existe d'autres spectres spécifiques pour représenter des surfaces aléatoires. Dans le milieu maritime, nous pouvons citer les spectres de mer tels que : Pierson-Moskowitz, JONSWAP, Elfouhaily etc. Nous parlerons de ces spectres particuliers dans le troisième chapitre du manuscrit.

Pour illustrer l'utilisation de la méthode MdM pour calculer la diffusion EM par des surfaces décrites par le spectre gaussien, nous générons 1000 surfaces caractérisées par la longueur de corrélation l_g et la variance h_g . Nous considérons que $l_g = h_g$ avec trois valeurs relatives à la longueur d'onde électromagnétique : $l_g = 0.05\lambda$ (petite rugosité), $l_g = 0.1\lambda$ (rugosité moyenne) et $l_g = 0.3\lambda$ (grande rugosité). Les exemples de la réalisation des surfaces sont exposés dans la figure (2.37).

Nous calculons ensuite les champs diffusés pour chaque réalisation de surface avec la méthode MdM. L'onde incidente est émise sous l'angle incidente -30° . Avec la technique de


 FIGURE 2.37: Surfaces rugueuses gaussiennes pour différentes valeurs de h_g et l_g

Monte-Carlo, nous déterminons les SER Normalisées moyennes pour chaque niveau de rugosité. La figure (2.38) montre que pour des surfaces de petite rugosité, le champ est diffusé dans la direction spéculaire. Plus le niveau de rugosité augmente, l'énergie dans la direction spéculaire diminue car les champs sont diffusés dans toutes les directions.

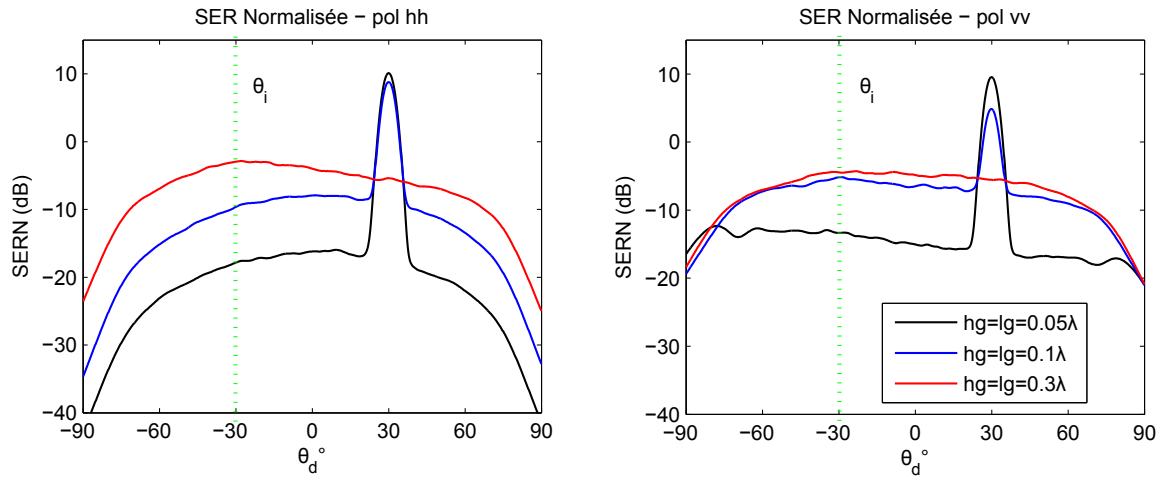


FIGURE 2.38: SER Normalisées : polarisations horizontale et verticale

L'approche numérique associée à un processus de Monté Carlo permet de fournir un grand nombre de données susceptibles d'être analysées statistiquement. Elle permet d'étudier entre autre « l'observabilité » de la rugosité de la surface, définie comme étant la capacité de distinguer certains ensembles de données. Lorsque les données statistiques sont analysées séparément, la technique de contraste simple comme la valeur-T peut être utilisée. Cependant, lorsque les données sont traitées simultanément, on doit utiliser la technique de contraste multidimensionnelle comme *LDA* (*Linear Discriminant Analysis*) [98].

2.5 Conclusion

Nous avons présenté le principe et l'utilisation de la Méthode des Moments (MdM). Cette méthode se caractérise par ses fonctions de base et de test ainsi que les techniques de maillage adoptées. Ainsi nous avons pu classer les méthodes MdM-Classique, MdM-Ordre Supérieur et MdM-Ordre Supérieur+*NURBS*. Nous avons insisté sur l'importance de considérer l'espace fonctionnel dans le choix des fonctions de base et de test pour discrétiser les équations intégrales. Quelques simulations numériques en utilisant la méthode MdM-Classique nous ont permis également de comprendre que l'EICE et l'EICM, valables dans le cas d'une surface fermée, ne donnent pas les mêmes résultats dans le cas d'une surface ouverte. Nous avons montré la limite de la méthode MdM-Classique concernant le pas de discrétisation exigé ($d \leq \lambda/10$) d'où l'avantage de la méthode MdM-Ordre Supérieur+*NURBS* pour traiter une géométrie large présentant une forte courbure.

Ensuite, nous avons appliqué la méthode MdM pour modéliser la diffusion électromagnétique par des surfaces rugueuses afin d'établir la répartition d'énergie en fonction du niveau de la rugosité des surfaces. Pour éviter les effets de bord, il est important d'utiliser une onde conique en tant qu'onde incidente dans notre simulation. L'utilisation de l'onde conique permet de « fermer » une surface ouverte. Ceci implique que dans ce cas, nous pouvons utiliser l'EICE et l'EICM pour modéliser le problème de diffusion électromagnétique.

Enfin, nous considérons que l'ensemble de la première partie de ce manuscrit (chapitre 1 à 2) nous permet de disposer d'éléments théorique et pratique nécessaires dans la modélisation de la diffusion électromagnétique par une surface LHI en générale. Néanmoins, nous rappelons que l'objectif du travail présenté ici consiste à établir une méthode de simulation dans un contexte maritime. Par conséquent, dans la deuxième partie de manuscrit nous allons concentrer le travail sur le problème de diffusion électromagnétique par la surface maritime. Le chapitre trois suivant est consacré à la présentation de techniques permettant de modéliser et de générer les profils de vagues.

Deuxième partie

**Intéraction des ondes
électromagnétiques avec les vagues**

CHAPITRE 3

Modélisation et génération de vagues

Plus de deux tiers de la surface de la terre est recouverte par la mer. Afin d'exploiter les avantages de cette immense source naturelle, plusieurs études ont été menées pour modéliser, quantifier ou visualiser le comportement de la surface de mer en fonction de plusieurs facteurs.

En effet, lorsqu'une force extérieure intervient sur la surface de mer, elle lui cède une énergie qui soulève et abaisse en alternance chaque point de la surface qui forme des « vagues ». Le terme générique de vagues recouvre donc une grande variété de phénomènes dus à l'action du vent, à un tremblement de terre, à une explosion sous-marine, au passage d'un navire, aux ondes de marée, etc. Il est également à noter que ces phénomènes interviennent à des échelles de temps très différentes. La figure (3.1) donne une classification des différents types de vagues en fonction de la force de restauration, de l'origine de perturbation et de la période d'onde.

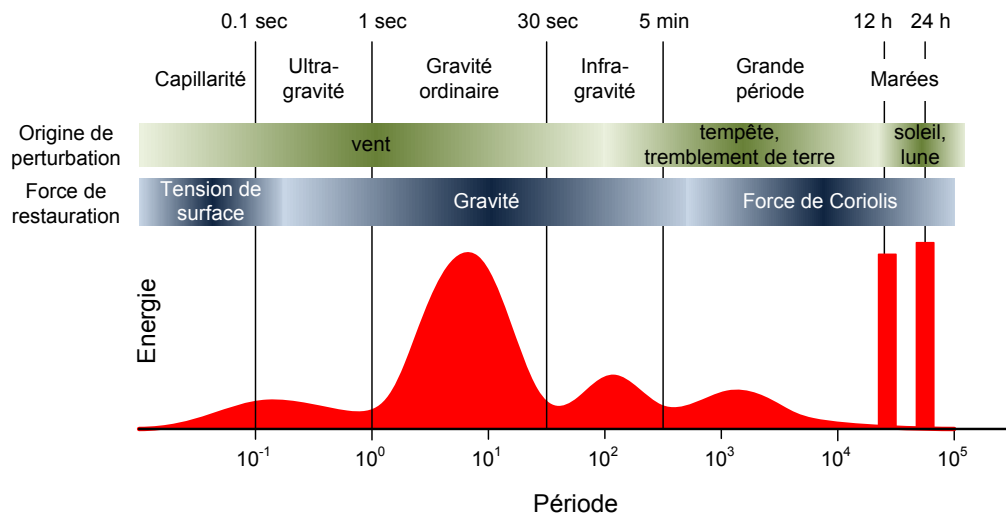


FIGURE 3.1: Classification des vagues selon la période d'onde d'après Munk [3]

Pour l'application qui nous intéresse, nous étudions uniquement des vagues générées par le vent. Ce sont les domaines observables par radar de période de quelques secondes jusqu'à quelques minutes [17]. Cette vague générée par le vent (que nous appellerons par la suite simplement « vague ») fait essentiellement intervenir deux forces : la tension de surface et la gravité. La tension de surface (ou force capillaire) découle des propriétés thermodynamiques et chimiques de l'interface entre les deux fluides que sont l'eau et l'air. Son principal effet est de « travailler contre la courbure de la surface ». Cette tension de surface n'est réellement

importante qu'aux échelles courtes des vagues, avec des longueurs d'ondes de quelques centimètres ou moins dans le cas d'une interface air-eau à température et pression standards [99]. On parle alors de « vagues capillaires ». A des longueurs d'ondes plus élevées, la gravité jouera également un rôle et on parlera de « vagues de gravité-capillarité ». Pour de plus grandes longueurs d'ondes où la gravité est la seule force à intervenir, les vagues seront appelées « vagues de gravité ». Dans tous les cas, l'oscillation de l'interface air-eau ne sera que la traduction de l'échange entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle liée à ces deux forces [100].

Même si l'on s'en tient uniquement aux vagues générées par le vent, le phénomène reste complexe à décrire et à interpréter : des ondes longues rattrapent des ondes beaucoup plus courtes dans la même direction, se croisent, donnant à la mer un aspect changeant d'un instant sur l'autre. Les vents forts ou la variation de profondeur provoque des déferlements, les vagues se brisant en un bouillonnement d'écume blanche etc. Étant donné cette complexité de vagues, il est certain qu'elles ne peuvent être représentées par un unique modèle mathématique [101]. En générale, les études de vagues se porte sur deux approches : statistique et hydrodynamique [100].

Pour essayer de décrire les vagues, les marins distinguent « la mer du vent » et « la houle » [102]. Par définition, la mer du vent est créée par le vent qui règne au lieu et à l'heure de l'observation et la houle est une onde résultant de la propagation des vagues hors de leur aire de génération. Même si dans la pratique, cette définition n'est pas aussi évidente (la mer du vent est souvent mêlée à la houle), nous prenons cette définition afin de diviser les zones pour étudier les vagues.

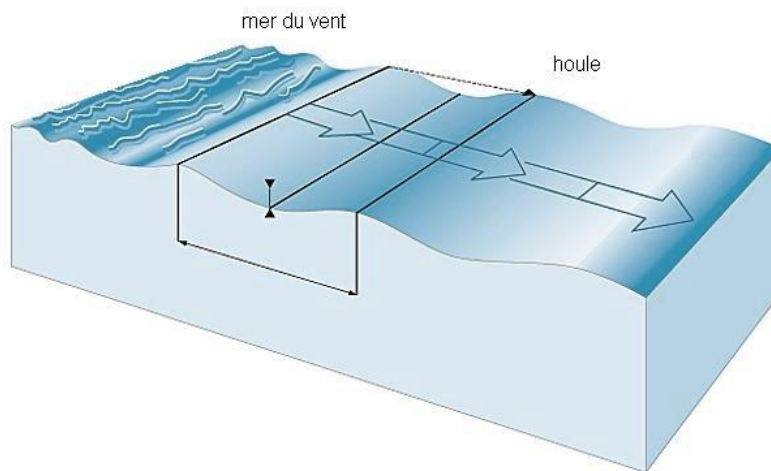


FIGURE 3.2: Mer du vent et la houle [4]

La première zone est le large de l'océan où les vents provoquant les vagues soufflent (zone de la mer du vent). Vu son état chaotique, la mer du vent est difficile à décrire d'une manière déterminée. Il est donc approprié d'utiliser le modèle statistique pour modéliser ces vagues. La deuxième zone est la houle. Pour étudier le mouvement de la houle, nous faisons appel à la théorie hydrodynamique. La représentation de ces zones d'études est présentée dans la figure (3.2).

Dans ce troisième chapitre, nous essayons de présenter de façon synthétique les différentes techniques permettant de modéliser les différents types de vagues. Le chapitre est divisé en 5 sections. Dans la première section, nous discuterons le modèle statistique de la mer du vent. Nous présenterons le modèle de spectre de mer ainsi que la théorie des distributions des hauteurs et des pentes. Dans la deuxième section, nous étudierons le mouvement de la houle avec la théorie hydrodynamique et également l'interaction de la houle avec le rivage. Dans

la troisième section nous parlerons de la modélisation des vagues côtières déferlantes. Nous modéliserons les profils des vagues en fonction de la pente de bathymétrie, de la hauteur relative et de la cambrure. Évidemment, nous ne pouvons pas négliger l'aspect physique et électromagnétique de l'eau de mer et nous en discuterons dans la quatrième section. La cinquième et dernière section sera consacrée pour tirer une conclusion.

3.1 Modèle statistique de description de la mer du vent

Plusieurs travaux ont été réalisés pour caractériser le rapport de force du vent avec les vagues. Parmi ces travaux, nous pouvons citer la contribution de Beaufort¹ qui se résume par 13 degrés (0 à 12) d'échelle de l'état de mer comme le montre le tableau (3.1). En réalité, Beaufort a établi cette échelle uniquement par de moyen d'observation. Cependant, il existe une formule permettant d'estimer une relation entre la vitesse du vent avec l'échelle de Beaufort. Cette formule, reconnue internationalement en 1947 par la conférence météorologique de Toronto, a été établie par des mesures îles Scilly et est donnée par :

$$V_{10} = 0,8334B_f^{3/2} \quad (3.1)$$

où V_{10} désigne la vitesse du vent à la hauteur de 10m de la surface et B_f est la force de Beaufort.

Force	Termes	V_{10} (m/s)	h (m)	État de la mer
0	Calme	< 0.3	0	Miroir
1	Très légère brise	0.3 - 2	0 - 0.2	Quelques rides
2	Légère brise	2 - 3	0.2 - 0.5	Vaguelettes ne déferlant pas
3	Petite brise	3 - 5	0.5 - 1	Les moutons apparaissent
4	Jolie brise	6 - 8	1 - 2	Petites vagues, de nombreux moutons
5	Bonne brise	8.1 - 10.6	2 - 3	Vagues modérées, moutons, embruns
6	Vent frais	10.8 - 13.6	3 - 4	Lames, crêtes d'écumes blanches, embruns
7	Grand frais	13.9 - 16.9	4 - 5.5	Lames déferlants, trainées d'écumes
8	Coup de vent	17.2 - 20.6	5.5 - 7.5	Tourbillons d'écumes à la crête des lames, trainées d'écumes
9	Fort coup de vent	20.8 - 24.4	7 - 10	Lames déferlantes grosses à énormes, visibilité réduite par les embruns
10	Tempête	24.7 - 28.3	9 - 12.5	
11	Violente tempête	28.6 - 32.5	11.5 - 16	
12	Ouragan	> 32.8	> 14	

TABLE 3.1: Échelle de Beaufort

L'échelle de Beaufort donne une information générale sur la « forme » de la surface de mer. Cependant, pour une étude plus avancée, il est nécessaire de représenter les profils de surface de mer pour chaque force du vent. Ces profils peuvent être déterminés à partir du modèle de spectre de mer. Nous allons présenter ce spectre dans la partie suivante. Pour compléter le modèle statistique de vagues, nous parlons également de la la théorie de distribution statistique de la hauteur et de la pente des vagues.

1. Sir Francis Beaufort (1774-1857) était un hydrographe britannique et amiral de la Royal Navy

3.1.1 Spectres de mer

Soit la fonction élévation $\mathcal{E}(x, y)$ donnant la hauteur de la surface à un point (x, y) . Pour une surface de mer donnée, il est possible de considérer cette fonction comme une réalisation d'un signal aléatoire 2D. Nous avons montré dans le deuxième chapitre que la surface aléatoire est caractérisée par sa fonction densité spectrale de puissance (DSP) ou le spectre de surface. Pour une première approximation, nous pouvons utiliser le spectre Gaussien. Cependant, ce spectre est insuffisant pour décrire la réalité dans le cas d'une surface maritime qui dépend essentiellement de la force et de la direction du vent. Il est alors primordial d'avoir des modèles de spectre réalistes qui tiennent compte de ces facteurs. Ce spectre est appelé « spectre de mer ».

Généralement, le spectre de mer est défini en coordonnées polaires plutôt qu'en coordonnées cartésiennes. En notant $\zeta(K, \phi)$ comme spectre de mer dans ce système de coordonnées, il peut être décomposé en deux parties : non-directionnelle, notée $\zeta(K)$ et directionnelle, notée $\mathcal{D}(K, \phi)$.

$$\zeta(K, \phi) = \zeta(K)\mathcal{D}(K, \phi)$$

3.1.1.1 Spectres non-directionnels

Il existe plusieurs modèles de spectres non-directionnels. L'un des plus anciens et des plus simples est le spectre de Philips [103]. Ce spectre donne un profil de la surface de mer qui paraît aberrant car en effet il ne tient pas compte de l'influence de la vitesse du vent [104]. Pierson et Moskowitz ont proposé un spectre qui tient compte de ce facteur. Cependant, le spectre de Pierson-Moskowitz n'est adapté que pour les vagues de gravités. D'autres spectres sont nécessaires pour modéliser finement les vagues de capillarité, nous pouvons citer les spectres de Fung-Lee et d'Elfouhaily.

Spectre de Pierson-Moskowitz & JONSWAP

Le spectre de Pierson-Moskowitz est l'un des premiers spectres permettant de présenter la surface de mer [105]. Il est développé avec le concept de « mer pleinement développée », c'est à dire que le vent souffle sur la même zone avec une vitesse constante pendant une durée suffisamment longue et sur une surface suffisamment importante. Néanmoins, en observant les données expérimentales qu'ils ont acquies pendant le déroulement du projet *JONSWAP* (*Joint North Sea Wave Project*), Hasselmann et al ont constaté que la mer pleinement développée est rarement vérifiée en pratique [106]. Ils ont introduit le terme de « fetch »² dans leur modèle pour améliorer le spectre de Pierson-Moskowitz. Ce nouveau spectre, appelé le spectre de *JONSWAP* est donné par :

$$\zeta(K) = \underbrace{\frac{\alpha_J/2}{K^3} \exp \left[-\beta_J \left(\frac{K_p^2}{K^2} \right) \right]}_{\text{Forme du spectre PM}} \underbrace{\gamma_J \exp \left(-\frac{(\sqrt{K} - \sqrt{K_p})^2}{2\sigma_J^2 K_p} \right)}_{\text{facteur JONSWAP}} \quad (3.2)$$

avec les paramètres suivants :

- $\alpha_J = 0,076 \left(\frac{V_{10}^2}{F_{Jg}} \right)^{0,22}$
- $\beta_J = 5/4$

2. Fetch correspond à la distance en mètre sur laquelle le vent a soufflé avec une vitesse et une direction constante

- $\gamma_J = 3,3$
- $\sigma_J = \begin{cases} 0,07 & K \leq K_p \\ 0,09 & K > K_p \end{cases}$

K_p est le nombre d'onde du pic centrale, F_J est le fetch, V_{10} est la vitesse du vent à la hauteur de 10m de la surface et g est la constante gravitationnelle.

Spectre de Fung-Lee

Vu que le spectre de Pierson-Moskowitz et de *JONSWAP* représente seulement les vagues de gravité, il ne donne pas de manière précise la forme de la mer du vent. L'amélioration de ce modèle est apportée par Fung et Lee [107] en ajoutant la partie de spectre qui décrit les vagues de capillarité. Le spectre Fung-Lee est défini par :

$$\zeta(K) = \begin{cases} \zeta(K)_{grav} & \text{si } K \leq 4 \text{ rad/m} \\ \zeta(K)_{cap} & \text{si } K > 4 \text{ rad/m} \end{cases} \quad (3.3)$$

La partie de spectre représentant les vagues de gravité ($\zeta(K)_{grav}$) est reprise d'après le modèle de Pierson-Moskowitz. La partie qui représente les vagues de capillarité $\zeta(K)_{cap}$ est donné par :

$$\zeta(K)_{cap} = a_0 \left(1 + 3(K/K_m)^2\right) \left[K \left(1 + (K/K_m)^2\right)\right]^{-(p_{FL}+1)/2} \quad (3.4)$$

avec les paramètres suivants

- $a_0 = 0,875 \cdot 10^{-4} (2\pi)^{p_{FL}-1} g^{(1-p_{FL})/2}$
- $p_{FL} = 3 - \log(V_{10})$
- $K_m = \sqrt{g\rho/\tau}$

où ρ est la densité de l'eau de mer, τ est la tension de surface et g est la constante gravitationnelle.

Spectre d'Elfouhaily

Comme le spectre de Fung-Lee, le spectre d'Elfouhaily unifie dans un seul modèle deux spectres adaptés pour les vagues de gravité (partie basse fréquence) et pour les vagues de capillarité (partie haute fréquence) [108]. Ce spectre donne une très bonne cohérence avec les mesures expérimentales [16, 17]. Il est donné par la relation :

$$\zeta(K) = \frac{[B_b(K) + B_h(K)]}{K^3} \quad (3.5)$$

avec la composante de basse fréquence ($B_b(k)$) et la composante de haute fréquence ($B_h(K)$) :

$$B_b(K) = \frac{1}{2} \alpha_b \frac{c_b}{c(K)} F_b \quad (3.6)$$

$$B_h(K) = \frac{1}{2} \alpha_h \frac{c_h}{c(K)} F_h \quad (3.7)$$

Les paramètres pour la partie de basse fréquence sont :

- $\alpha_b = 6 \cdot 10^{-3} \sqrt{\Omega_{wa}}$ avec $0,84 \leq \Omega_{wa} \leq 5$
- $c(K) = [g(1 + K^2/K_m^2)]^{\frac{1}{2}}$ avec $K_m = 363 \text{ rad/m}$
- $c_b = c(K_b) = V_{10}/\Omega_{wa}$ avec $K_b = g\Omega_{wa}^2/V_{10}^2$
- $F_b = \zeta_{JW} \exp\left(-\frac{\Omega_{wa}}{\sqrt{10}} \left[\sqrt{\frac{K}{K_b}} - 1\right]\right)$

- ζ_{JW} est le spectre de la forme JONSWAP avec les paramètres modifiés [17]

Les paramètres pour la partie de haute fréquence sont :

- $\alpha_h = 0,01 \begin{cases} 1 + \ln [V_0/c_h] & V_0 \leq c_m \\ 1 + 3 \ln [V_0/c_h] & V_0 > c_m \end{cases}$
- $c_h = \sqrt{2g/K_h}$
- $F_h = \exp \left(-\frac{1}{4} \left(\frac{K}{K_h} - 1 \right)^2 \right)$

où V_0 désigne la vitesse du vent de friction sur la surface.

3.1.1.2 Fonctions de répartition angulaire

La fonction de répartition angulaire $\mathcal{D}(K, \phi)$ permet de décrire la distribution de l'énergie du vent. Elle est normalisée de la manière suivante :

$$\int_0^{2\pi} \mathcal{D}(K, \phi) = 1 \quad (3.8)$$

En supposant que la surface est symétrique par rapport à la direction du vent, alors $\mathcal{D}(K, \phi)$ doit être paire par rapport à ϕ . Parmi ces fonctions, nous pouvons citer les fonctions de répartition de Longuet-Higgins, de Mitsuyasu, de Donelan et d'Elfouhaily.

Fonctions angulaires de Longuet-Higgins et de Mitsuyasu

La fonction de répartition angulaire la plus simple à utiliser est proposée par Longuet-Higgins et al [109] :

$$\mathcal{D}(K, \phi) = \left(\frac{2^{s_L-1}}{\pi} \right) \frac{\gamma_L^2(s_L+1)}{\gamma_L(2s_L+1)} \cos^{2s_L} \left(\frac{\phi}{2} \right) \quad (3.9)$$

où γ_L est la fonction gamma d'Euler et $s_L \geq 2$ est un paramètre entier. Cette fonction angulaire est indépendante de la longueur d'onde des vagues ce qui est une simplification de la réalité. Mitsuyasu et al [110] ont essayé de modifier cette fonction pour introduire la dépendance du nombre d'ondes. La modification est faite pour le paramètre s_L .

$$s_L = 11,5 \left(\frac{c(K)}{V_{10}} \right)^{2.5} \quad (3.10)$$

Fonction angulaire de Donelan

Donelan et al [111] ont proposé une fonction de répartition angulaire de la forme suivante :

$$\mathcal{D}(K, \phi) = \frac{K\beta_D(K)}{2} \text{sech}^2(\beta_D(K)\phi) \quad (3.11)$$

où β_D est la constante de Donelan [17]. Cette fonction est très proche de la réalité puisqu'elle est obtenue à partir de données de mesures réalisées dans le lac Ontario.

Fonction angulaire d'Elfouhaily

En dehors du modèle du spectre mono-directionnel, Elfouhaily et al [108] ont introduit également la fonction de répartition angulaire de la forme suivante :

$$\mathcal{D}(K, \phi) = \frac{1}{2\pi} [1 + \Delta(K) \cos 2\phi] \quad (3.12)$$

où

$$\Delta(K) = \tanh \left[a_0 + a_b (c/c_b)^{2,5} + a_h (c/c_h)^{2,5} \right] \quad (3.13)$$

avec les paramètres :

- $a_0 = (\ln 2)/4$
- $a_b = 4$
- $a_h = 0, 13V_0/c_h$

La variation du spectre mono-directionnel et de la fonction angulaire d'Elfouhaily pour quelques vitesses du vent sont montrées dans la figure (3.3). Un exemple de réalisation d'un profil de surface de mer avec ce spectre est donné dans la figure (3.4).

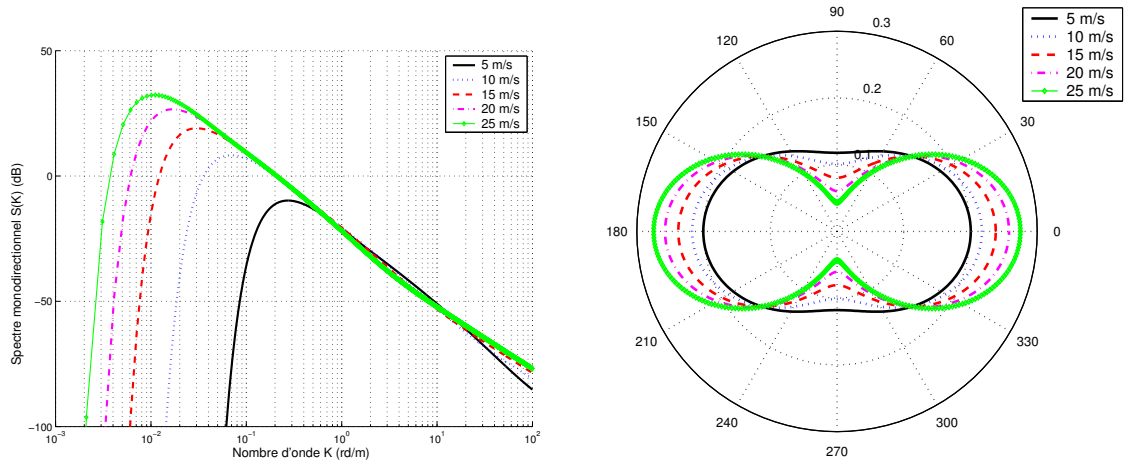


FIGURE 3.3: Spectre d'Elfouhaily : partie non-directionnelle et partie angulaire

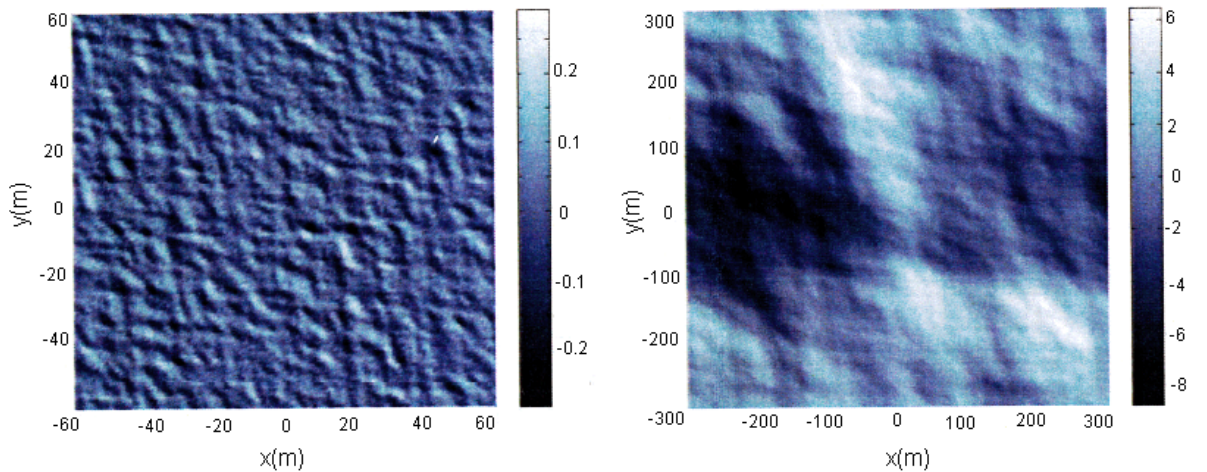


FIGURE 3.4: Réalisation de deux types de surface avec le spectre d'Elfouhaily pour deux valeurs de vitesses du vent (3 m/s et 20 m/s)

3.1.2 Probabilités des vagues

En dehors du modèle spectrale et pour caractériser la surface de mer, l'approche statistique consiste à déterminer la fonction de densité de probabilité des hauteurs ou des pentes des vagues. En première approximation et dans le cas d'une mer pas trop agitée, la distribution des hauteurs et des pentes suivent la loi gaussienne. Les observations expérimentales permettent d'établir une relation plus proche de la réalité.

3.1.2.1 Probabilité des hauteurs

Les observations expérimentales largement représentées dans la littérature ont permis de montrer que la distribution des hauteurs de vagues (extrema locaux) suit la distribution de Rayleigh [101]. Son expression est donnée par la relation :

$$\text{Prob}(h) = \frac{h}{\sigma_h^2} \exp\left(\frac{-h^2}{2\sigma_h^2}\right) \quad \text{pour } h > 0 \quad (3.14)$$

où h est la hauteur des vagues et σ_h l'écart type [17].

3.1.2.2 Probabilité des pentes

Cox et Munk [112] ont déterminé la loi de distribution des pentes de vagues à partir des photographies aériennes permettant de visualiser la réflexion spéculaire du soleil. En première approximation, la distribution des pentes est gaussienne. Cependant, ils ont constaté que cette distribution n'est pas symétrique (l'avant de la vague est plus raide que le revers). Cette asymétrie s'accroît pour les vents élevés. La probabilité des pentes de Cox-Munk est donnée par :

$$\text{Prob}(\mathcal{P}_u, \mathcal{P}_c) = \underbrace{\frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_c} \exp\left(-\frac{1}{2} \left[\frac{\mathcal{P}_u^2}{\sigma_u^2} + \frac{\mathcal{P}_c^2}{\sigma_c^2} \right] \right)}_{\text{Gaussienne}} \underbrace{F_{CM}(\mathcal{P}_u, \mathcal{P}_c)}_{\text{déformation}} \quad (3.15)$$

Les indices u et c représentent respectivement la direction du vent (upwind) et la direction au travers au vent (crosswind), \mathcal{P}_u et \mathcal{P}_c sont les pentes des vagues, σ_u et σ_c sont les écart-types des pentes et F_{CM} est le facteur de déformation des pentes [15, 16, 17]. La figure (3.5) révèle la distribution des pentes pour différentes vitesses du vent.

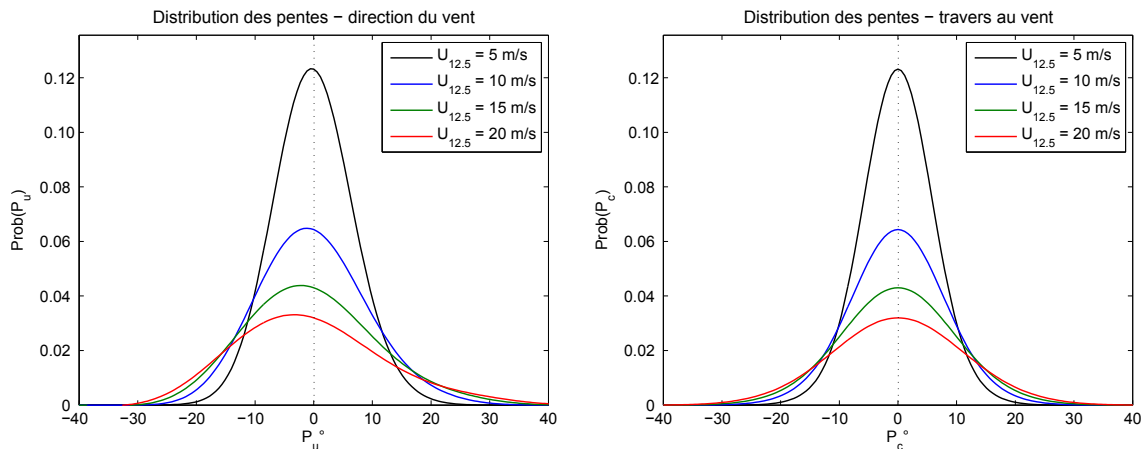


FIGURE 3.5: Distribution des pentes de Cox et Munk

3.2 Modèle hydrodynamique de description de la houle

Lorsque le vent cesse d'interagir, la houle se propage dans la direction initiale du vent. Pour simplifier le modèle, nous pouvons considérer que les vagues de capillarité disparaissent et la houle contient uniquement les vagues de gravité. Une modélisation déterministe de ces phénomènes sera étudiée en faisant appel à la mécanique des fluides.

La représentation d'une houle à étudier est montrée dans la figure (3.6). La hauteur (la distance de la crête au creux) d'une vague sera notée h et son amplitude $a = h/2$. La profondeur d est la distance entre le fond de la mer et le niveau de la surface libre au repos. \mathcal{E} est l'élévation de surface sur un point donné, λ est la longueur d'onde, C est la vitesse de propagation et T est la période. Nous introduisons le terme « hauteur relative » qui est le rapport entre la hauteur et la profondeur ($h_r = h/d$) et le terme de « cambrure » comme étant le rapport entre la hauteur et la longueur d'onde $C_r = h/\lambda$.

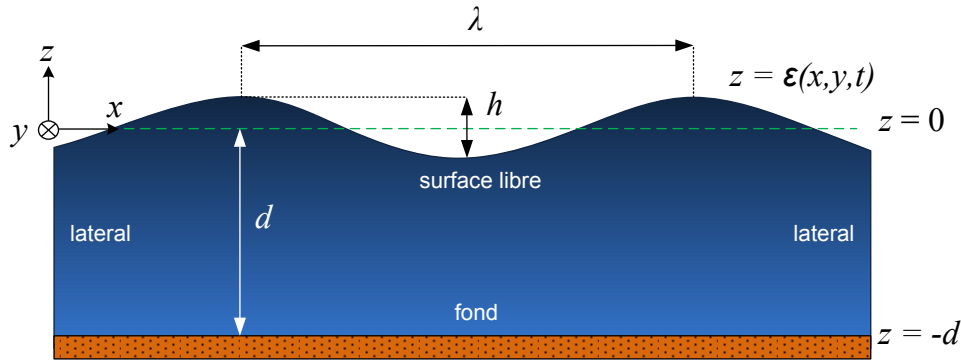


FIGURE 3.6: Représentation de la houle

3.2.1 Rappels hydrodynamiques

L'hydrodynamique est l'étude mathématique des forces, de l'énergie et de la pression des fluides en mouvement (écoulement). Elle fait partie de la mécanique des fluides en générale. Nous rappelons quelques équations importantes pour notre travail.

3.2.1.1 Équations de base

Le cadre théorique des problèmes hydrodynamiques est basé sur les équations de conservation de masse, de conservation de quantité de mouvement, de conservation de quantité de l'énergie etc [113]. Les deux premières équations sont nécessaires et suffisantes dans le traitement du problème de la houle.

Équation de conservation de masse (continuité)

Cette équation correspond au fait que la variation de la masse dans un volume causée par un flux de particules liquides se déplaçant à la vitesse \mathbf{U} est égale à la masse de fluide entrant dans ce volume. En notant ρ comme la densité de fluide, l'équation de conservation de masse s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (3.16)$$

Équation de conservation de quantité de mouvement (Navier-Stokes)

Cette relation, connue sous le nom d'équation de Navier-Stokes, affirme que la quantité de mouvement de volumes infinitésimaux de fluides sont le résultat de l'action de forces dans ces fluides. Cette équation peut être considérée comme la deuxième équation de Newton appliquée sur les fluides.

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U} \right) = -\nabla P + \nabla \cdot T_v - F \quad (3.17)$$

où P est la pression, T_v est le tenseur des contraintes visqueuses et F correspond au force massique (gravité). Malgré une forme simple, l'équation de Navier-Stokes est très difficile à résoudre. Jusqu'à aujourd'hui, les scientifiques n'ont pas encore prouvé l'existence de solution en 3D³.

3.2.1.2 Hypothèses de simplification

La complexité du problème hydrodynamique posé par les équations précédentes nous conduit à faire quelques simplifications concernant les caractéristiques physiques ainsi que le mouvement du fluide.

Hypothèse des caractéristiques physiques

Nous considérons que le fluide est idéal (incompressible et sans viscosité). L'équation de conservation de masse dans ce cas devient :

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (3.18)$$

et l'équation de conservation de quantité du mouvement devient :

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U} \right) = -\nabla P - \rho g \hat{z} \quad (3.19)$$

où g est la constante gravitationnelle dans l'axe \hat{z} du système de coordonnées cartésiennes.

Hypothèse du mouvement

Nous considérons que le fluide est irrotationnel ($\nabla \times \mathbf{U} = 0$) ce qui implique que le champ de vitesse découle d'un potentiel scalaire Ψ .

$$\mathbf{U} = \nabla \Psi \quad (3.20)$$

Grâce à ces hypothèses, nous en déduisons deux équations de base expliquant le mouvement du fluide idéal que nous utiliserons dans la suite de ce travail. La première est l'équation de Laplace :

$$\nabla^2 \Psi = 0 \quad (3.21)$$

la deuxième est l'équation de Bernoulli :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \Psi|^2 + \frac{P}{\rho} + gz = 0 \quad (3.22)$$

Nous considérons également que le mouvement se fait uniquement dans le plan $x - z$.

3. Clay Mathematics Institute, à la fin de XXème siècle a décidé d'attribuer un prix d'un million de dollars américains à qui trouverait une solution satisfaisante à l'un des 7 problèmes posés, y compris l'équation de Navier-Stokes.

3.2.1.3 Conditions aux limites et initiales

Pour trouver les expressions de la propagation du fluide, nous devons résoudre l'équation de Laplace (3.21) et Bernoulli (3.22) avec les conditions aux limites et initiales spécifiques. En définissant la zone d'étude entre $-d < z < \mathcal{E}$, ces conditions sont données ci-dessous :

Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont de nature « cinématique » et de nature « dynamique »⁴. Généralement, une condition est suffisante à imposer sur chaque limite du domaine d'étude. Cependant, puisque l'élévation de la surface libre est a priori inconnue, nous avons besoin de deux conditions de limite simultanément sur cette surface.

Surface libre

La condition cinématique de surface libre affirme qu'une particule de la surface libre doit y rester. Cela se traduit par le fait que la vitesse du fluide sur $z = \mathcal{E}$ est égale à la vitesse de la surface libre :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \nabla \Psi \cdot \nabla \zeta, \quad z = \mathcal{E} \quad (3.23)$$

La condition dynamique de surface libre évoque que la pression de la surface libre doit être égale à la pression atmosphérique. En supposant que la pression atmosphérique est à l'équilibre, à partir de l'équation de Bernoulli nous obtenons la relation suivante :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \Psi|^2 + g\mathcal{E} = 0, \quad z = \mathcal{E} \quad (3.24)$$

Fond

Le fond ($z = -d$) est supposé imperméable, la composante verticale de la vitesse doit être nulle sur cet endroit. La condition cinématique devient :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0, \quad z = -d \quad (3.25)$$

Niveaux latéraux

Le choix de la condition aux niveaux latéraux dépend des problèmes physiques à résoudre. Pour une géométrie fermée dans le cas de « tank » par exemple, les côtés latéraux sont des murs considérés imperméables. La condition de limite dans ce cas devient :

$$\nabla \Psi \cdot \hat{n} = 0 \quad (3.26)$$

où \hat{n} est le vecteur normal. Dans un autre cas, le mouvement de l'eau est périodique. Le potentiel et sa dérivée normale doivent être pareils pour deux cotés :

$$\Psi_{gauche} = \Psi_{droite} \quad (3.27)$$

$$(\nabla \Psi \cdot \hat{n})_{gauche} = (\nabla \Psi \cdot \hat{n})_{droite} \quad (3.28)$$

4. La cinématique est une discipline de la mécanique qui étudie le mouvement du corps en faisant abstraction des causes du mouvement. La dynamique étudie les corps en mouvement sous l'influence des forces qui lui sont appliquées

Conditions initiales

Vu que le mouvement dépend du temps, nous devons définir les conditions initiales ($t \leq 0$) pour le problème traité. En considérant qu'au début le fluide est statique, le potentiel scalaire est nul et l'élévation de la surface libre est considérée connue :

$$\Psi = 0 \quad (3.29)$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \quad (3.30)$$

3.2.2 Théories de résolution

Le problème physique posé dans le cas précédent reste difficile à résoudre sans approximation. Plusieurs théories sont développées pour résoudre ce problème dont la validité dépend de plusieurs facteurs tels que la profondeur, la hauteur des vagues etc. Nous présenterons trois théories souvent utilisées et leur domaine de validité : Airy, Stokes et Cnoïdale.

Globalement, la théorie linéaire d'Airy est valide pour les vagues de petite hauteur, la théorie de Stokes pour les vagues de grande profondeur et la théorie Cnoïdale pour les vagues de petite profondeur. Cependant, cette classification n'est pas aussi évidente à définir. Une classification plus sophistiquée est donnée avec le nombre d'Ursel (N_{ur}) qui quantifie le degré de non-linéarité des vagues [114] :

$$N_{ur} = \frac{C_r}{h_r^3} = \frac{h/\lambda}{(d/\lambda)^3} = h\lambda^2/d^3 \quad (3.31)$$

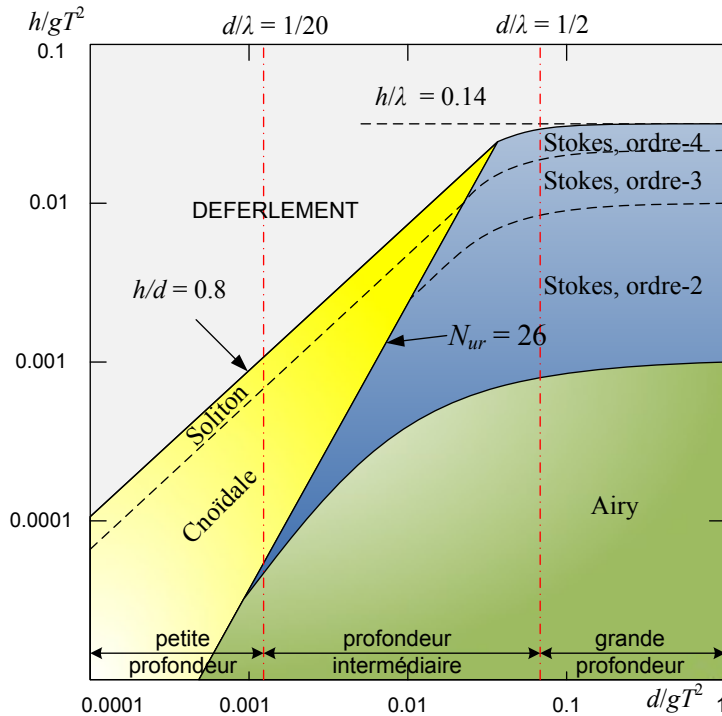


FIGURE 3.7: Théories de résolution en hydrodynamique

Selon Le Mehauté [115] et Holthuijsen [99], la théorie linéaire d'Airy est valide pour $N_{ur} \ll 1$, la théorie de Stokes pour $N_{ur} < 10$ et la théorie de Cnoïdale pour $N_{ur} > 26$. Pour la région $10 < N_{ur} < 26$, les théories de Stokes et de Cnoïdale sont les deux applicables. Les théories

existantes avec leurs domaines de validité sont représentées dans la figure (3.7). Il faut noter que la division avec le nombre d'Ursel ne tient pas compte de l'effet de déferlement. Le critère de déferlement est basé sur la théorie de Miché [116] .

3.2.2.1 Théorie de Airy (linéaire)

En 1841, Airy a proposé une solution approchée au problème d'hydrodynamique en linéarisant les équations qui représentent le système [117]. En effet, il correspond à des vagues de petite amplitude. Dans ce cas, \mathcal{E} peut être considéré petit devant la profondeur d et devant la longueur d'onde λ . La fonction du potentiel scalaire est donc définie pour $-d < z < 0$.

Pour linéariser l'équation Bernoulli (3.22), nous éliminons le terme quadratique ce qui donne

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{P}{\rho} + gz = 0 \quad (3.32)$$

Quant aux conditions aux limites cinématique et dynamique dans l'espace libre, ils deviennent respectivement :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} - \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = 0, \quad z = 0 \quad (3.33)$$

$$g\mathcal{E} + \frac{\partial \Psi}{\partial t} = 0, \quad z = 0 \quad (3.34)$$

La solution de l'équation de ce système d'équation donne l'élévation de surface :

$$\mathcal{E} = -\frac{h}{2} \sin(kx - \omega t) \quad (3.35)$$

où h est la hauteur d'onde (vague), ω est la pulsation d'onde et k est le nombre d'onde. La loi de dispersion donne ensuite la relation entre la pulsation ω et nombre d'ondes k :

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \quad (3.36)$$

En posant $C = \omega/k$, la vitesse de propagation de l'onde est donnée par :

$$C^2 = \frac{g}{k} \tanh(kd) \quad (3.37)$$

La longueur d'onde est donnée par :

$$\lambda = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right) \quad (3.38)$$

Selon la profondeur, les équations (3.37) et (3.38) peuvent être simplifiées :

- Pour la houle à petit fond, nous avons $\tanh(kd) \approx kd$. La relation de dispersion se réduit alors à $C^2 = gd$. C'est l'équation pour la propagation d'une faible amplitude. La vitesse de propagation devient indépendante de la longueur d'onde.
- Pour la houle à grand fond, $\tanh(kd) \approx 1$ ainsi la relation de dispersion nous donne $C^2 = g/k$ et $\lambda = gT^2/2\pi$. La célérité et la longueur d'onde deviennent alors indépendantes de la profondeur.

La propriété importante de l'onde linéaire est qu'il n'y a pas de transport de masse. Ceci peut être expliqué en désignant les trajectoires de masse de liquide comme suivant :

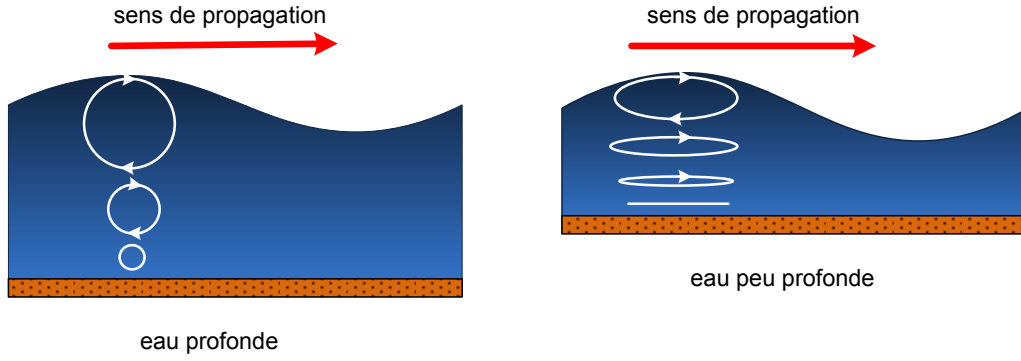


FIGURE 3.8: Trajectoires du fluide selon Airy en fonction de la profondeur

3.2.2.2 Théorie de Stokes

La théorie de Stokes propose une correction de la Théorie d'Airy en tenant compte de la non-linéarité du fluide[118]. La méthode utilisée, appelée méthode des perturbations, consiste à développer les différentes variables en série de puissance dépendant du paramètre de cambrure \mathcal{C}_r . L'expression pour le profil de surface est :

$$\mathcal{E} = \mathcal{C}_r \mathcal{E}_1 + \mathcal{C}_r^2 \mathcal{E}_2 + \mathcal{C}_r^3 \mathcal{E}_3 + \dots \quad (3.39)$$

Au premier ordre d'approximation, on se ramène au cas d'onde linéaire d'Airy. Pour le deuxième ordre, le profil de surface est donné dans l'équation (3.40) et est illustré dans la figure (3.9).

$$\mathcal{E} = -\frac{h}{2} \sin(kx - \omega t) + \left(\frac{h}{2}\right)^2 k \frac{\cosh(kd(2 + \cosh(2kd)))}{4 \sinh^3(kd)} \sin(2(kx - \omega t)) \quad (3.40)$$

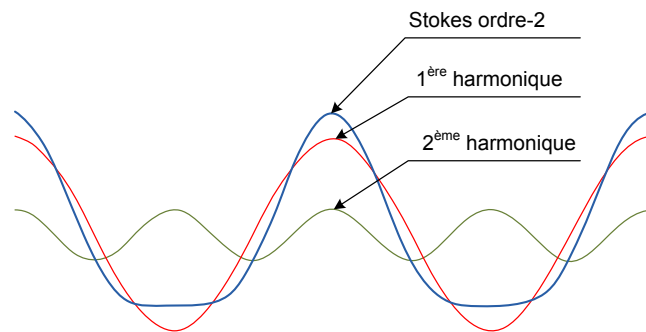


FIGURE 3.9: Profil d'onde de Stokes d'ordre-2

Avec le même principe, nous pouvons établir le profil de vagues pour un ordre plus élevé. Théoriquement, nous pouvons construire les vagues d'ordre arbitraire n , mais dans la pratique, au delà de l'ordre 5, l'onde de Stokes perd son sens physique à cause du phénomène de déferlement.

Un autre point important à souligner est que dans le modèle de Stokes, la trajectoire de masse n'est pas fermée. Cela veut dire qu'il existe le transport de masse comme illustré dans la figure (3.10).

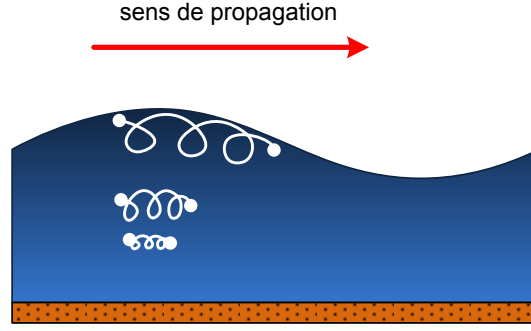


FIGURE 3.10: Trajectoires du fluide selon Stokes

3.2.2.3 Théorie Cnoïdale

La dérivation des équations de Laplace et de Bernoulli sur une petite profondeur donne l'équation KdV (Korteweg et de Vries) [119]. La résolution des équations contient la fonction elliptique Jacobienne communément désignée « cn » d'où l'origine du nom de Cnoïdale. Dans la pratique, cette théorie est valable pour l'application de longueur d'onde 7 fois plus grande par rapport à la hauteur moyenne d'onde ($\lambda > 7h$). L'équation KdV dans le problème de vague est donnée par :

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \sqrt{gd} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{g}{h}} \mathcal{E} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} + \frac{1}{6} d^2 \sqrt{gd} \frac{\partial^3 \mathcal{E}}{\partial x^3} = 0$$

La résolution d'onde Cnoïdale pour cette équation est :

$$\mathcal{E} = \frac{h}{m} \left(1 - m - \frac{E_1(m)}{E_2(m)} \right) + hc n^2 \left(\frac{x - Ct}{\Lambda/2E_2(m)} | m \right) \quad (3.41)$$

$E_1(m)$ et $E_2(m)$ représentent les intégrales elliptiques complets respectivement de 1ère et 2ème type. La longueur d'onde λ et la célérité C dépendent de la profondeur d , de la hauteur h et du paramètre elliptique m et sont données par :

$$\lambda = h \sqrt{\frac{16}{3} \frac{md}{h} E_2(m)} \quad (3.42)$$

$$C = \sqrt{gh} \left[1 + \frac{h}{md} \left(1 - \frac{1}{2}m - \frac{3}{2} \frac{E_1(m)}{E_2(m)} \right) \right] \quad (3.43)$$

Le paramètre elliptique m peut être obtenu avec l'algorithme de recherche d'un zéro d'une fonction ou simplement avec « essais et erreurs » par l'abaque de relation Cnoïdale. Il est à noter que pour $m = 0$, nous nous plaçons dans le cas d'onde linéaire. Plus m se rapproche de 1, la non-linéarité d'onde augmente et on se rapproche dans le cas d'onde solitaire (Soliton). La figure (3.11) montre l'évolution de surfaces normalisées en fonction de paramètre elliptique m .

La figure (3.12) illustre la comparaison des trois théories précédentes plus Soliton. Il est à noter que le transport de masse aura lieu dans tous les modèles sauf le modèle linéaire de Airy.

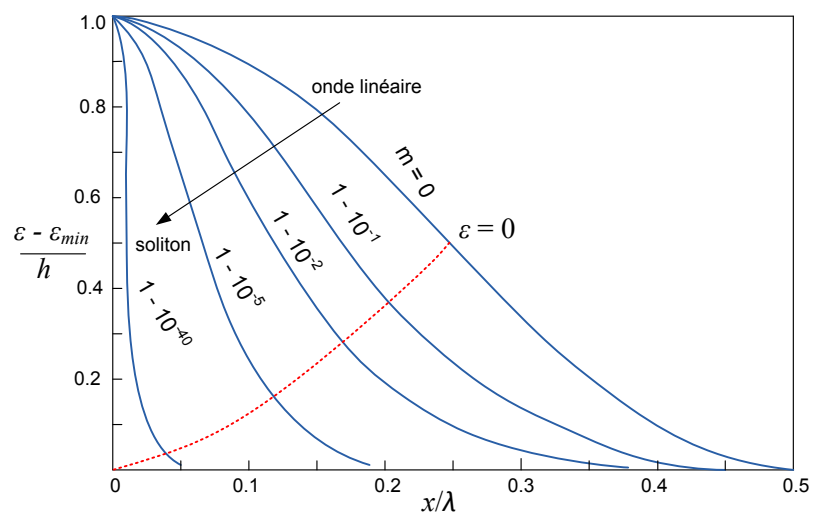


FIGURE 3.11: Profil d'onde selon la théorie Cnoïdale

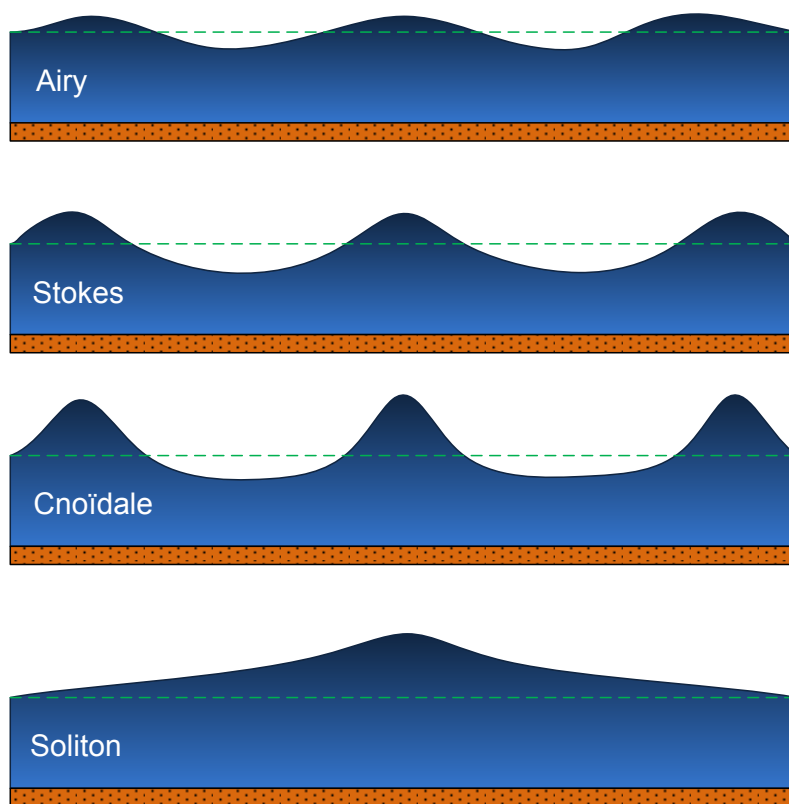


FIGURE 3.12: Comparaison des profils d'ondes

3.2.3 Interaction de la houle avec le rivage

En génie côtier, l'étude de la houle se propageant de façon isolée dans un milieu de profondeur infinie ou constante ne suffit pas. Il est en effet indispensable de connaître l'évolution de la houle aux abords immédiats d'un rivage ou en présence des obstacles. Le changement de la profondeur et les propriétés des vagues (hauteur relative et cambrure) sont les facteurs à prendre en compte dans ce travail.

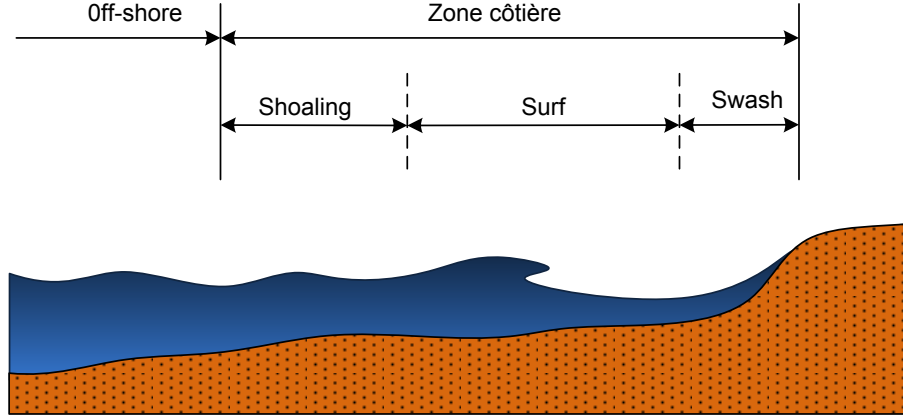


FIGURE 3.13: La houle sur la zone côtière

En s'approchant de la plage, la houle parcourt les zones côtières comme le montre la figure (3.13) [120]. « Shoaling » est la zone où a lieu une variation de la hauteur de la houle et elle est due à une variation de la profondeur, « Surf » est la zone caractérisée par une turbulence complexe et « Swash » est la partie couverte ou découverte par l'eau en alternance. Dans ces zones, nous serons ramenés à étudier les phénomènes du déferlement, de la réflexion, de la réfraction et de la diffraction de la houle.

3.2.3.1 Déferlement

Lorsque la profondeur diminue, la période de la houle est conservée. Cependant, d'autres paramètres comme la hauteur relative et la cambrure augmentent. À cause de la non-linéarité du fluide, il arrive qu'à un certain seuil de cambrure \mathcal{C}_{r-lim} , la vague perde toute stabilité. On parle alors de phénomène du déferlement. Une estimation de cette cambrure limite qui s'accorde relativement bien avec l'expérience a été proposée par Miché [116] :

$$\mathcal{C}_{r-lim} = 0,14 \tanh(kd) \quad (3.44)$$

Il faut néanmoins noter que le déferlement est ici uniquement le résultat de la variation de la profondeur même si le déferlement peut également être provoqué par l'action du vent sur les vagues (phénomène de « moutons »). Nous pouvons distinguer trois cas de déferlement.

- Déferlement glissant : la pente du fond est petite avec la cambrure importante.
- Déferlement plongeant : la pente du fond et la cambrure moyennes.
- Déferlement gonflant : la pente du fond est très inclinée avec la cambrure petite.

La figure (3.14) illustre les formes des vagues déferlantes et la figure (3.15) montre leur zone d'apparition en fonction de la pente et de la cambrure.

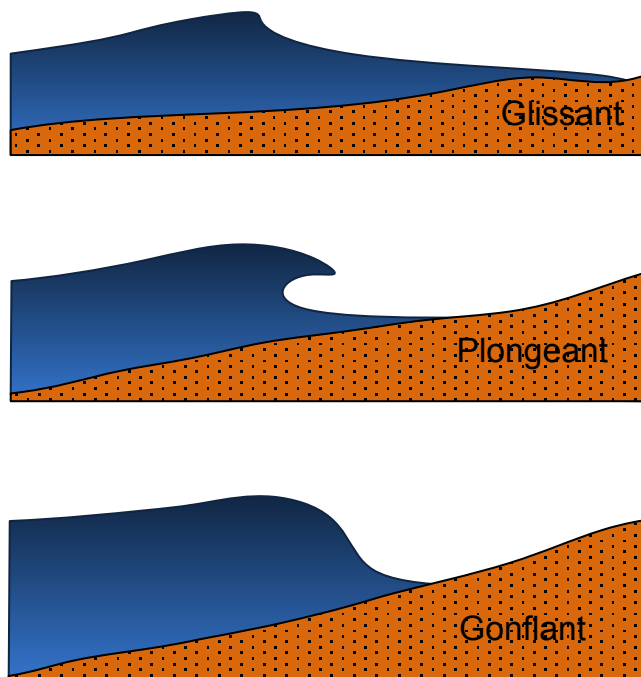


FIGURE 3.14: Description de trois types de déferlement : glissant, plongeant, gonflant

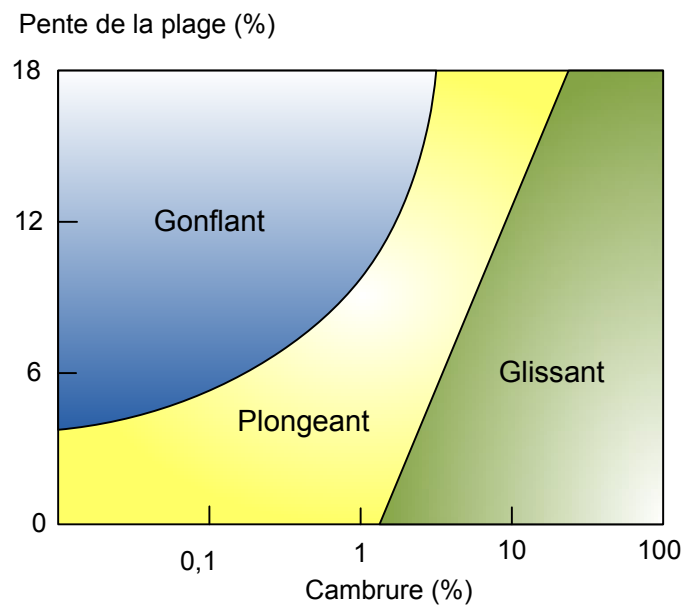


FIGURE 3.15: La zone de déferlement selon la pente de la plage et la cambrure des vagues

3.2.3.2 Réflexion

Lorsque la houle rencontre un obstacle imperméable, la houle se réfléchit et cette contribution réfléchie prend naissance dans la direction opposée à la précédente. L'obstacle donne alors lieu à un phénomène de « clapotis »⁵. Ce clapotis peut être envisagé dans le contexte d'une réflexion par une paroi verticale ou par une paroi inclinée [99].

Au premier ordre d'approximation pour une paroi verticale, on peut superposer la houle directe et la contribution réfléchie. Les trajectoires des particules sont des droites horizontales aux nœuds d'oscillation et verticales aux ventres. L'équation de la surface libre dans ce cas est donnée par l'équation (3.45). Cette équation montre que l'amplitude totale aux ventres est $2h$.

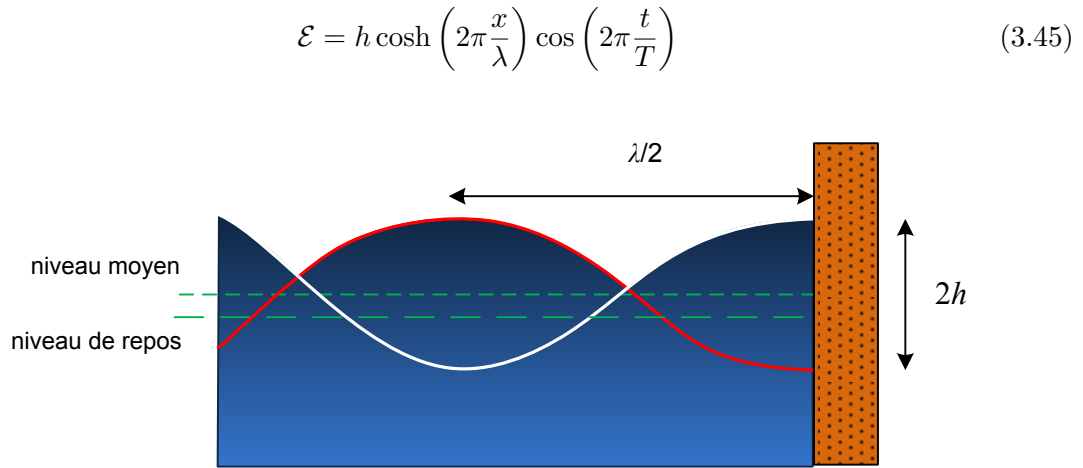


FIGURE 3.16: Réflexion sur une paroi verticale

Le problème de la réflexion sur une paroi inclinée est théoriquement assez compliqué à résoudre parce qu'il ne s'agit plus d'une réflexion totale comme dans le cas précédent. Miché a réussi à proposer une solution mais uniquement pour des inclinaisons supérieures à 20° . Il faut remarquer que pour une inclinaison α donnée, il existe une valeur limite de la cambrure pouvant donner lieu au phénomène de clapotis. Cette valeur limite est donnée par :

$$\mathcal{C}_{r-lim} \approx \sqrt{\frac{2\alpha \sin^2 \alpha}{\pi}} \quad (3.46)$$

Ceci implique que seules les parois inclinées de plus de 35° environ peuvent engendrer un clapotis.

3.2.3.3 Réfraction

Si une houle se propage en milieu de profondeur variable, elle va subir des variations de ses grandeurs caractéristiques et éventuellement de sa trajectoire : la houle se réfracte. En pratique, la direction de la propagation est repérée en observant la ligne de crête (la direction de propagation étant perpendiculaire à cette ligne). Lorsque les lignes de crêtes sont parallèles aux lignes bathymétriques, la direction de propagation est inchangée. Cependant lorsque ces lignes ne sont pas parallèles, la direction de propagation de la houle ne sera pas conservée. Les lignes de crêtes se déforment de manière à devenir parallèles aux lignes bathymétriques.

⁵. Clapotis est le mouvement de l'eau résultant de la rencontre de deux houles identiques se propageant en sens inverse

Les considérations théoriques que nous venons de faire nous permettent d'expliquer un certain nombre de phénomènes remarquables dus à la réfraction de la houle. La première est l'influence des caps et des baies. En effet la houle va se concentrer sur les caps et au contraire s'évanouir dans les baies (voir figure (3.17)). Le deuxième est un haut-fond de dimension limitée qui joue le rôle d'une lentille convergente pour la houle. On assistera donc à une concentration sur une partie de la côte sans que celle-ci ait une géométrie particulière.

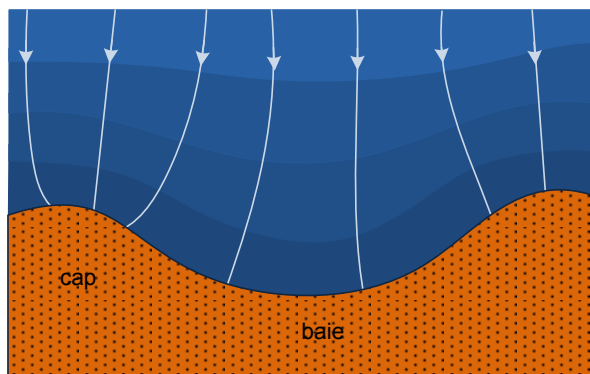


FIGURE 3.17: Réfraction de la houle

3.2.3.4 Diffraction

A l'instar de l'onde électromagnétique, lorsque la houle rencontre un point ou une partie de forte courbure de la plage, le phénomène de la diffraction peut se produire. Ce phénomène entraîne un changement de la pression locale de la houle et aussi la direction de la propagation. La figure (3.18) illustre ce phénomène.

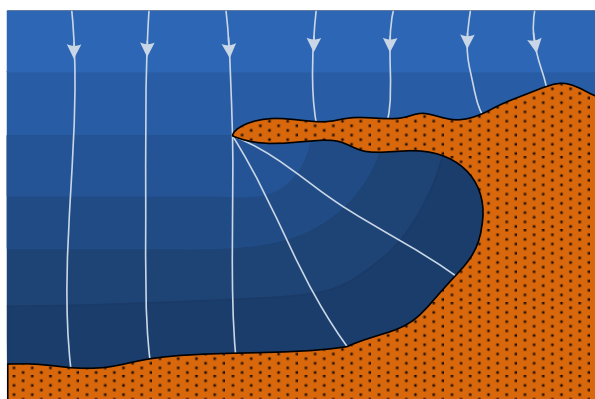


FIGURE 3.18: Diffraction de la houle

Il est donc clair que l'interaction de la houle avec le rivage est un phénomène très complexe qui nécessite une étude particulière en génie côtier. Dans notre étude, nous supposons que la direction de la propagation de la houle est conservée. Ceci nous permet de considérer le modèle 2D de la houle. Nous étudions plus spécifiquement le phénomène de déferlement car celui-ci implique directement l'écho de mesure radar et la reconnaissance de la cible [121].

3.3 Modélisation des vagues déferlantes

Dans cette section, nous allons présenter les différentes techniques pour modéliser le phénomène de déferlement des vagues. Comme nous l'avons évoqué, aucune résolution analytique n'a été développée pour modéliser ce phénomène [122, 123]. La modélisation numérique dans ce domaine a cependant connu beaucoup de progrès depuis plusieurs décennies surtout pour le cas 2D. Par contre, vu la complexité du problème hydrodynamique à cause de sa non-linéarité, le modèle 3D reste un défi majeur pour les hydrodynamiciens. Le seul moyen pour valider les simulations numériques est la voie d'expérimentations. Nous allons discuter le modèle expérimentale des vagues déferlantes avant de présenter quelques méthodes numériques.

3.3.1 Modèle expérimental

Les mesures de phénomène de déferlement sont généralement réalisées sur un bassin que l'on appelle « tank » comme le montre la figure (3.20) [124].

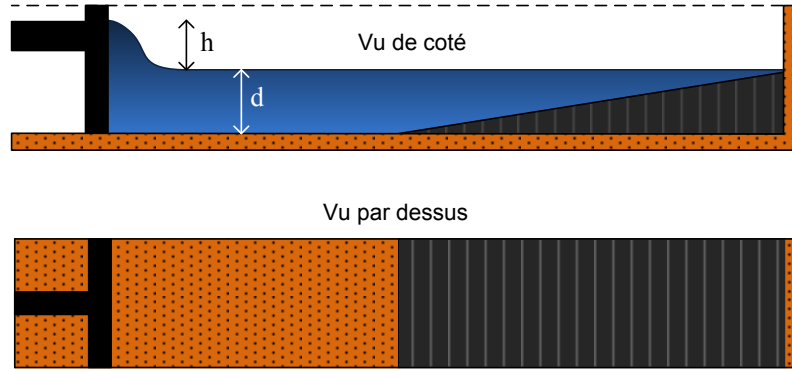


FIGURE 3.19: Modèle de l'instrument expérimental de vagues déferlantes

La figure (3.20) montre des exemples de l'observation de déferlement d'un soliton réalisé par Li et Raichlen [125].

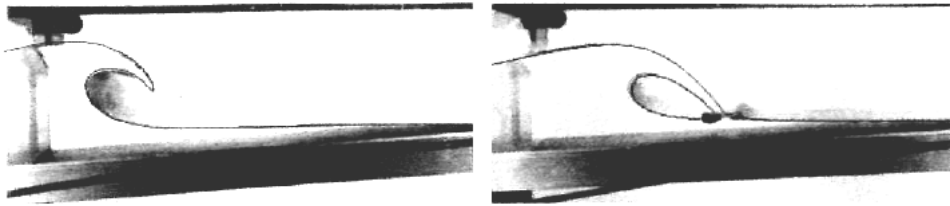


FIGURE 3.20: Le déferlement d'un soliton [5]

3.3.2 Méthodes numériques

Pour étudier numériquement le mouvement des vagues déferlantes, nous prenons le cas d'un réservoir fermé (tank) comme le montre la figure (3.21). En considérant que le fluide est irrotationnel, le système suit l'équation de Laplace ($\Delta\Psi = 0$) dans le domaine du fluide. Les frontières rigides (le fond et les niveaux latéraux) sont considérés imperméables et représentés par la condition de Neumann ($\frac{\partial\Psi}{\partial n} = 0$).

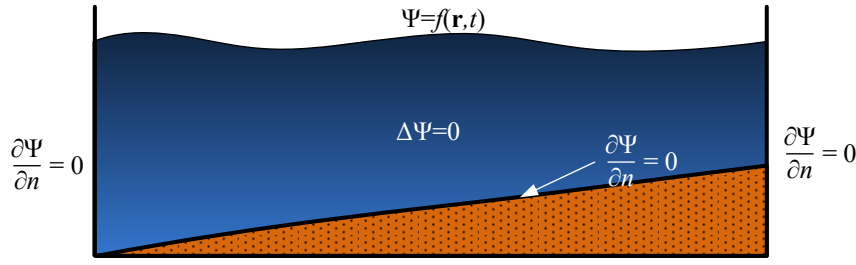


FIGURE 3.21: Système de simulation

Il faut également noter que le potentiel de vitesse Ψ évolue en fonction de temps. Avec la continuité de la vitesse et de la pression sur la surface libre, nous pouvons obtenir ce potentiel par un système d'équation différentielle ordinaire (EDO) suivantes :

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{1}{2} |\nabla \Psi|^2 - g\mathcal{E} \quad (3.47)$$

$$\frac{dx}{dt} = U_x \quad (3.48)$$

$$\frac{dz}{dt} = U_z \quad (3.49)$$

où U_x et U_z représentent le composant de la vitesse du fluide \mathbf{U} dans les plans \hat{x} et \hat{z} .

Les méthodes numériques générales que nous avons présentées en modélisation électromagnétique peuvent être appliquées à la résolution de ce problème hydrodynamique. Ces méthodes se distinguent selon les techniques différentielles et les techniques intégrales [126, 127].

3.3.2.1 Techniques différentielles

Les techniques différentielles dans le contexte hydrodynamique résolvent directement l'équation de Laplace avec ses conditions aux limites et initiales. Les méthodes de discrétisation de ces techniques sont globalement du type Méthode des Différences Finies et la Méthode des Éléments Finis.

Méthode des Différences Finies

En raison de sa simplicité, la Méthode des Différences Finies a été l'une des premières appliquées pour modéliser les vagues déferlantes. Nous pouvons consulter par exemple les résultats des simulations numériques réalisées par Schaeffer [128]. La difficulté majeure de cette méthode dans le contexte hydrodynamique porte sur la technique de maillage. Vu que le fluide « bouge », la trame du maillage doit être « flexible » et modifiable à chaque instant pour suivre la dynamique du fluide.

Méthode des Éléments Finis

En développant la forme variationnelle des équations différentielles hydrodynamiques, nous pouvons également utiliser la Méthode des Éléments Finis. Comme dans le cas de la Méthode des Différences Finies, la difficulté majeure de cette méthode dans ce contexte porte sur la technique de maillage. Pour surmonter cette difficulté, Ma [129, 130] a proposé une méthode appelée *QALE-FEM* (*Quasi Arbitraire Lagrangian Eurlian - Finite Element Method*). Avec cette nouvelle technique, le maillage est défini sur le domaine du fluide à l'instant $t = 0$. Puis, on fait évoluer ce maillage à l'aide d'une technique lagrangienne appelée « spring analogy ».

3.3.2.2 Techniques intégrales

Dans la mesure où on privilégie l'état de la surface libre, il est plus pertinent de mettre en œuvre une technique intégrale. Il existe deux façons pour convertir les équations différentielles en équations intégrales. La première façon, appelée « directe », est d'utiliser l'identité de Green. La deuxième façon, appelée « indirecte », est de construire la solution par une distribution des sources de Rankine. Cette dernière est utilisée dans le cadre de notre étude et est donnée par :

$$\Psi(\mathbf{r}) = \int \chi(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (3.50)$$

où \mathbf{r} et \mathbf{r}' représentent respectivement le point d'observation et le point de source, G est la fonction de Green et χ est la force de la singularité qui représente l'inconnue de l'équation. La fonction de Green pour un laplacien dans un système 2D est donnée par :

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{2\pi} \log(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \quad (3.51)$$

Deux méthodes de discrétisation des équations intégrales généralement utilisées dans le contexte hydrodynamique sont : la Méthode des Éléments de Frontière et la Méthode Desingularisée.

Méthode des Éléments de Frontières

Dans cette méthode, les points source sont placés sur la même surface que les points d'observation. L'inconvénient de cette méthode est que nous avons besoin d'un traitement particulier pour résoudre la singularité de la fonction de Green lorsque le point source se trouve au même endroit que le point d'observation. Plusieurs travaux de modélisation hydrodynamiques utilisant cette méthode ont été réalisés et nous pouvons citer par exemple le modèle *Long-tank* [131, 132] ou Grilli et al [133, 134].

Méthode Desingularisée

Pour éviter la singularité de la fonction de Green, une technique dite « Desingularisée » a été développée [135, 136]. Avec cette technique, le point d'observation et de source sont placés à une certaine distance. Concrètement, l'équation intégrale des sources de Rankine (équation 3.50) est discrétisée sous forme :

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^N \chi_n(\mathbf{r}'_n) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'_n) \quad (3.52)$$

Nous notons que les points de source \mathbf{r}' se trouvent hors du domaine fluide. La question principale qui se pose dans cette méthode est la détermination de la position optimale des points d'observation afin d'avoir un meilleur résultat numérique. Tuck [137] a proposé d'utiliser la distance suivante :

$$L_d = \alpha \frac{L}{N}, \quad 2 \leq \alpha \leq 3 \quad (3.53)$$

L_d est la distance du point d'observation avec la surface dans la direction normale, L est la largeur de tank et N est le nombre de points d'observation.

Méthode Desingularisée + Transformation conforme

La résolution par la méthode Désingularisée reste difficile à mettre en œuvre surtout pour un système présentant une bathymétrie. Pour surmonter cette difficulté, Scolan combine la méthode Desingularisée avec les techniques de transformation conforme [27, 138, 139, 140]. Avec cette démarche, toutes les limites de Neumann en système de coordonnées $\hat{x} - \hat{z}$ (A-B-C-D-E) sont converties sous une forme plus simple dans le système de coordonnées $\hat{u} - \hat{v}$ (segment A-E). La figure (3.22) montre la démarche utilisée pour faire une transformation conforme du système.

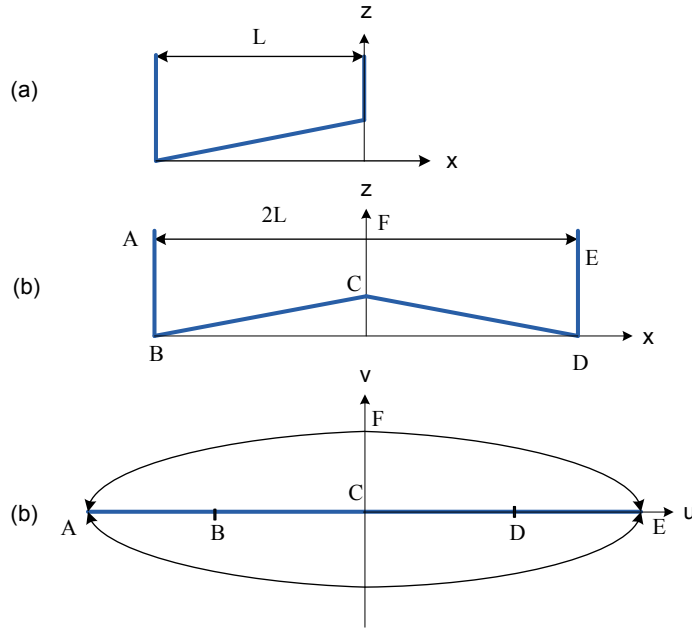


FIGURE 3.22: Transformation conforme appliquée sur le domaine d'étude (a) problème initial dans le plan $\hat{x} - \hat{z}$ (b) problème symétrique dans le plan $\hat{x} - \hat{z}$ (c) transformation dans le plan $\hat{u} - \hat{v}$

La transformation conforme conserve l'équation de base dans le fluide (Laplacien nul). Travailler dans cette nouvelle géométrie permet d'obtenir une expression de la fonction de Green qui vérifie implicitement les conditions de Neumann. L'évaluation de la conditions aux frontières se limitent alors uniquement à la surface libre.

Dans la nouvelle géométrie, nous travaillons sur quatre domaines symétriques dans le plan complexe. La modification pour la fonction de Green doit être effectuée et est donnée par : [27] :

$$G(\omega, \omega') = \log \left(\left| \omega^4 - 2\omega \Re(\omega') + (\omega')^4 \right| \right) \quad (3.54)$$

où ω et ω' sont les points d'observation et les points source dans un nouveau système de coordonnées $(u - v)$ et \Re désigne la partie réelle du système de coordonnées. L'évaluation de la surface libre dans ce nouveau système de coordonnées correspond à la résolution d'un système EDO (eq :3.47). Une fois que le profil de surface libre est calculé dans la nouvelle géométrie, nous pouvons revenir dans le système de coordonnées initial par la transformation conforme inverse. Cette combinaison de méthode est implémentée par Scolan dans le code de calcul hydrodynamique appelé code *FSID* (*Free Surface IDentification*) et qui est utilisé dans le cadre de nos simulations.

3.3.3 Simulation des vagues déferlantes

Pour générer les profils des vagues déferlantes, nous utilisons le code *FSID* avec le système de simulation montré dans la figure (3.23). Le fond de la mer est présenté par une bathymétrie de largeur $L = 10m$ et de hauteur variable l_p . Nous considérons que la vague initiale est un soliton modélisé par une forme mi-gaussien et donnée par :

$$\mathcal{E}_0 = h \exp\left(\frac{x - L}{l_v}\right), \quad 0 < x < L \quad (3.55)$$

où h est la hauteur de soliton, d est la profondeur et l_v est la largeur de soliton qui désigne la cambrure de vague.

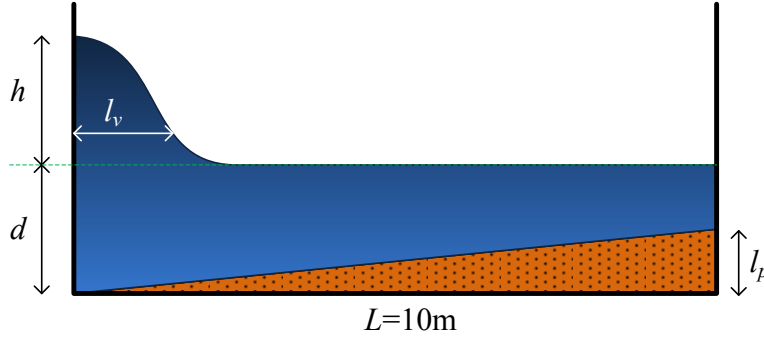


FIGURE 3.23: Modèle de simulation en utilisant le code *FSID*

En variant les paramètres du système, nous pouvons générer plusieurs formes de vagues déferlantes :

Influence de la pente

Pour étudier l'influence de la pente de bathymétrie, nous faisons varier la hauteur de l_p . La figure (3.24) révèle qu'en augmentant cette hauteur, le déferlement passe du mode glissant au mode plongeant.

Influence de la profondeur relative

Pour vérifier l'influence de la profondeur relatives (h_r), nous faisons varier la profondeur des vagues en gardant la même hauteur. Nous constatons dans la figure (3.25) qu'en diminuant (h_r), le déferlement passe de mode plongeant au mode glissant.

Influence de la cambrure

Pour étudier influence de la cambrure (\mathcal{C}_r), nous faisons varier la largeur de la vague initiale en gardant la même hauteur. Nous constatons dans la figure (3.26) que la cambrure à une influence sur le lieu où le phénomène de déferlement se produit et aussi sur la forme de déferlement. En diminuant la cambrure, le déferlement passe au mode gonflant.

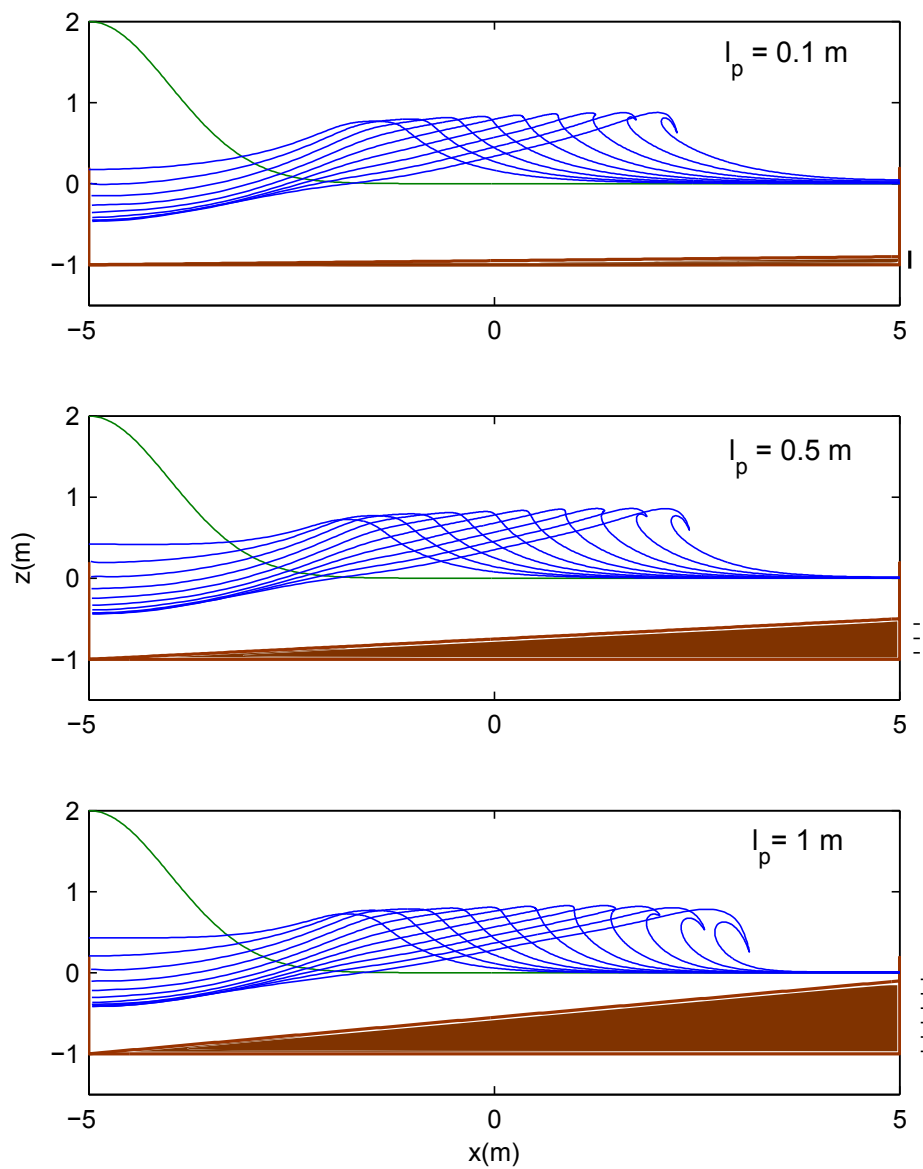


FIGURE 3.24: Profils des vagues déferlantes en fonction de la pente du fond

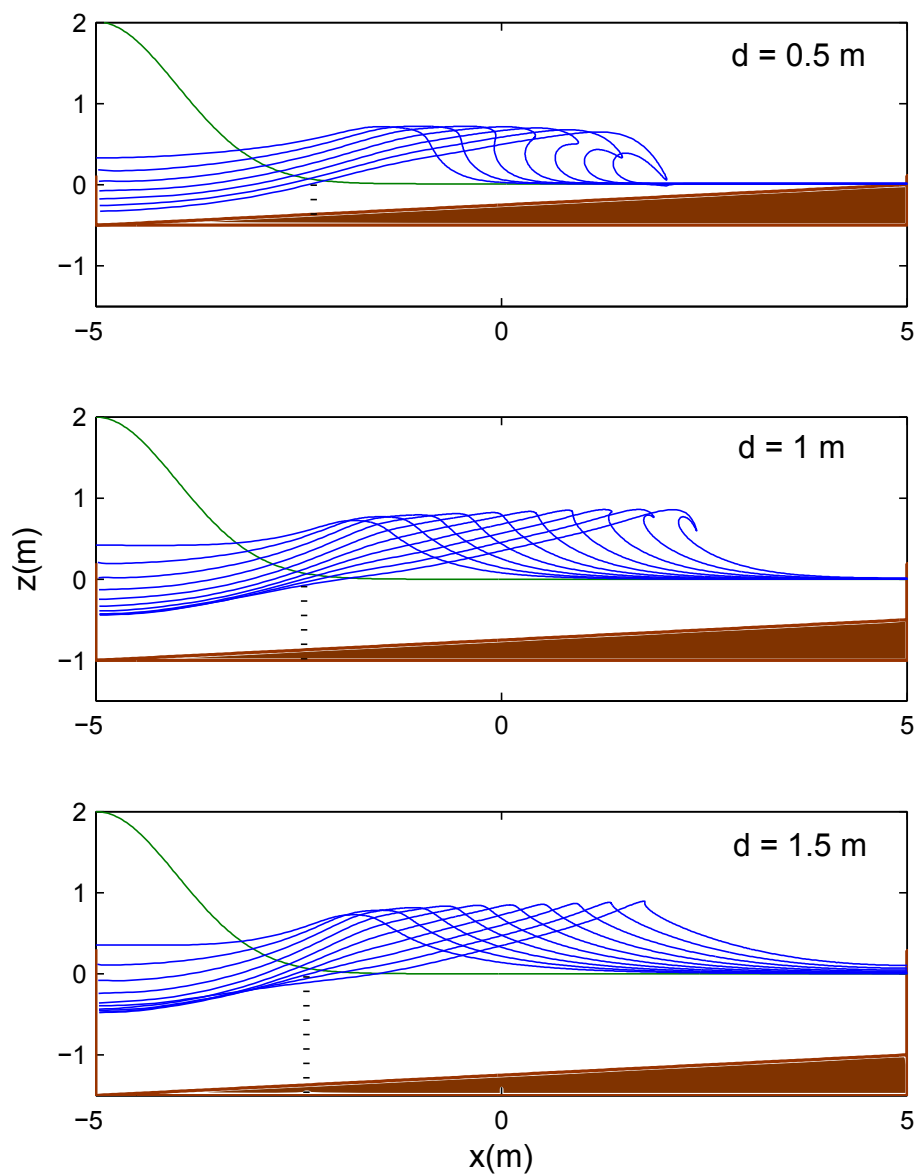


FIGURE 3.25: Profils des vagues déferlantes en fonctions de la hauteur relative

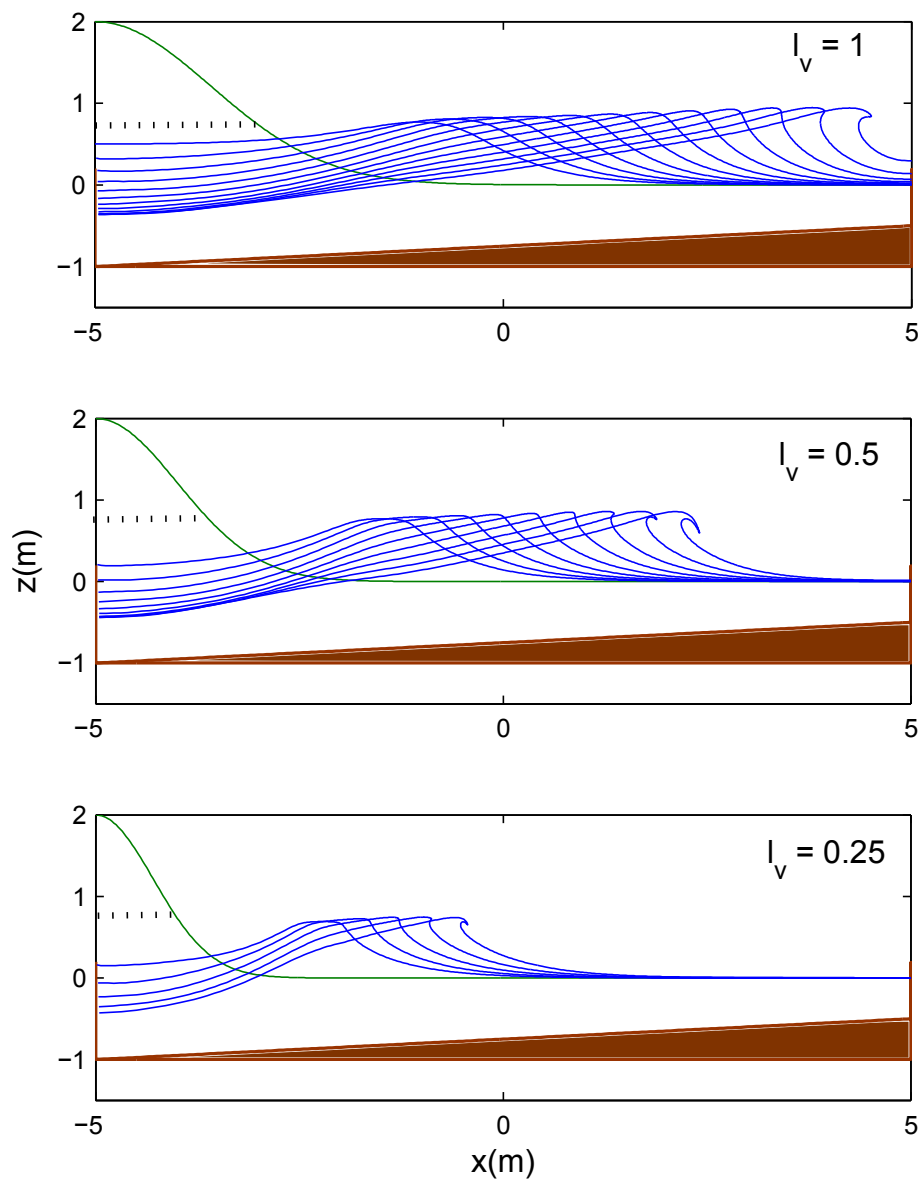


FIGURE 3.26: Profils des vagues déferlantes en fonction de la cambrure

3.4 Caractéristiques électromagnétiques de l'eau de mer

Le comportement des champs électromagnétiques diffusés par la mer ne dépend pas seulement de l'aspect géométrique. Il faut tenir compte également de l'aspect physique de l'eau comme la salinité⁶ et la température⁷. Ces aspects physiques influencent les caractéristiques électromagnétiques de l'eau de mer comme sa perméabilité magnétique, sa permittivité électrique et sa conductivité électrique.

3.4.1 Perméabilité

En générale, la perméabilité de l'eau est $\mu = 1,2566270 \cdot 10^{-6}$ H/m, ce qui donne la perméabilité relative $\mu_r = 0,999992$. Dans son expérimentation, Gobran a conclu que la température n'a aucune influence sur la perméabilité [141]. Cependant, l'influence de la salinité et la fréquence d'onde n'est pas bien établie. Dans la littérature, l'eau de mer est souvent considérée simplement comme un milieu non magnétique avec la perméabilité relative $\mu_r = 1$.

3.4.2 Permittivité

La permittivité relative de l'eau de mer dépend de la fréquence d'onde électromagnétique (f), de la salinité (ς) et de la température (Γ) de la mer. Avec le modèle de Debye, nous pouvons calculer cette permittivité [17, 16] :

$$\epsilon_r = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + i\omega\tau} - i \frac{\sigma_s}{\omega\epsilon_A} \quad (3.56)$$

En séparant la partie réelle et la partie imaginaire, l'équation (3.56) peut être écrite sous la forme :

$$\epsilon_r = \underbrace{\epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + (\omega\tau)^2}}_{\epsilon'} - i \underbrace{\left[\frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty)\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} + \frac{\sigma_s}{\omega\epsilon_A} \right]}_{\epsilon''} \quad (3.57)$$

où :

- $\omega = 2\pi f$ (rad/s) est la pulsation de l'onde électromagnétique incidente
- $\epsilon_A = 8,854 \cdot 10^{-12}$ (F/m) est la constante diélectrique du vide
- ϵ_s est la permittivité relative statique, donnée par la relation

$$\epsilon_s = \epsilon_s(\Gamma, \varsigma) = \epsilon_s(\Gamma, 0)a(\Gamma, \varsigma) \quad (3.58)$$

$$\epsilon_s(\Gamma, 0) = 87,134 - 1,949 \cdot 10^{-1}\Gamma - 1,276 \cdot 10^{-2}\Gamma^2 + 2,491 \cdot 10^{-3}\Gamma^3 \quad (3.59)$$

$$a(\Gamma, \varsigma) = 1 + 1,613 \cdot 10^{-5}\Gamma\varsigma - 3,656 \cdot 10^{-3}\varsigma + 3,21 \cdot 10^{-5}\varsigma^2 - 4,232 \cdot 10^{-7}\varsigma^3 \quad (3.60)$$

- $\epsilon_\infty = 4,9$ est la permittivité relative pour la fréquence infinie
- τ est le temps de relaxation, donné par :

6. La salinité désigne la quantité de grammes de sel dissous dans un kilogramme d'eau. Au niveau global, la mer a la salinité moyenne de 34,7 g/kg

7. La température annuelle moyenne près de l'équateur est en échelle 20-30°C. En se rapprochant du pôle nord ou sud, elle diminue jusqu'à 0°C.

$$\tau = \tau(\Gamma, \varsigma) = \tau(\Gamma, 0)b(\Gamma, \varsigma)/2\pi \quad (3.61)$$

$$\begin{aligned} \tau(\Gamma, 0) &= 1,1109 \cdot 10^{-10} - 3,824 \cdot 10^{-12}\Gamma + \\ &\quad 6,398 \cdot 10^{-14}\Gamma^2 - 5,096 \cdot 10^{-16}\Gamma^3 \end{aligned} \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned} b(\Gamma, \varsigma) &= 1 + 2,282 \cdot 10^{-5}\Gamma\varsigma - 7,638 \cdot 10^{-4}\varsigma - \\ &\quad 7,760 \cdot 10^{-6}\varsigma^2 + 1,105 \cdot 10^{-8}\varsigma^3 \end{aligned} \quad (3.63)$$

- σ_s est la conductivité statique, donné par

$$\sigma_s = \sigma_s(\Gamma, \varsigma) = \sigma_s(25, \varsigma) \exp(\Lambda) \quad (3.64)$$

$$\begin{aligned} \sigma_s(25, \varsigma) &= \varsigma(1,8252 \cdot 10^{-1} - 1,4619 \cdot 10^{-3}\varsigma + \\ &\quad 2,093 \cdot 10^{-5}\varsigma^2 - 1,282 \cdot 10^{-7}\varsigma^3) \end{aligned} \quad (3.65)$$

$$\begin{aligned} \Lambda &= \Delta\{2,033 \cdot 10^{-2} + 1,266 \cdot 10^{-4}\Delta + 2,464 \cdot 10^{-6}\Delta^2 - \\ &\quad \varsigma(1,849 \cdot 10^{-5} - 2,551 \cdot 10^{-7}\Delta + 2,551 \cdot 10^{-8}\Delta^2)\} \end{aligned} \quad (3.66)$$

$$\Delta = 25 - \Gamma \quad (3.67)$$

En utilisant ces formulations, nous pouvons tracer les valeurs de la permittivité relative de l'eau en fonction de la salinité, la température et la fréquence. Nous comparons le cas de l'eau de mer de salinité moyenne ($\varsigma = 35$ g/kg) avec l'eau douce de salinité nulle⁸ ($\varsigma = 0$ g/kg). La gamme de fréquence est choisie entre 10^8 Hz et 10^{12} Hz avec deux valeurs de température 0°C et 20°C .

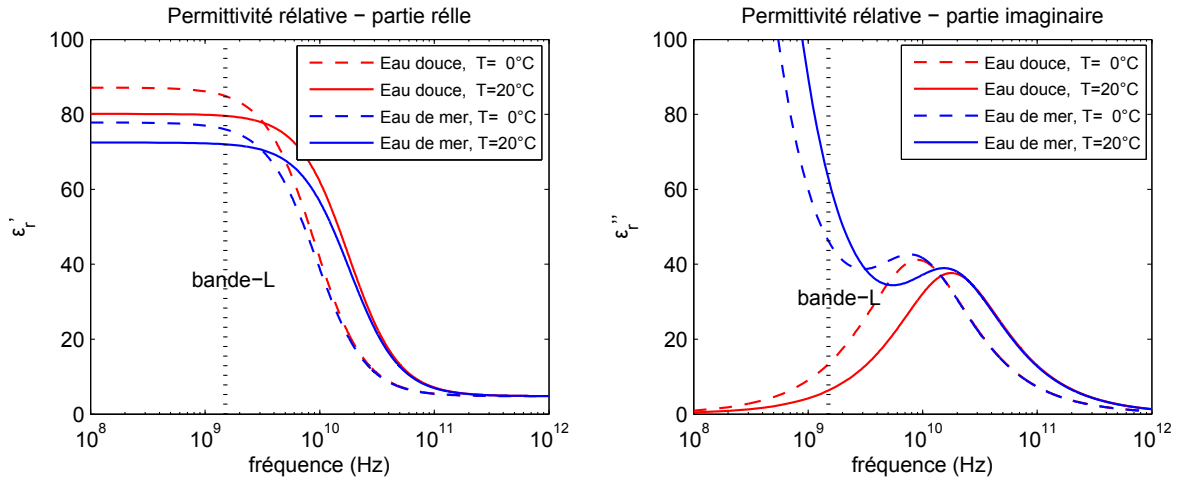


FIGURE 3.27: La permittivité (parties réelle et imaginaire) en fonction de la fréquence, la salinité et la température

Dans le cadre de notre étude, nous nous intéressons en particulier aux valeurs de la permittivité dans la bande L. La partie réelle de la permittivité diminue en fonction de la salinité et aussi en fonction de la température. Quant à la partie imaginaire, elle augmente en fonction de la salinité. Cette partie imaginaire diminue en fonction de la température pour l'eau douce mais augmente pour l'eau de mer.

8. En réalité, l'eau douce a la salinité dans la gamme de $0 - 0,5$ g/kg

3.4.3 Conductivité

La partie imaginaire de la permittivité relative contient l'information de la conductivité de l'eau de mer. Cette dernière est obtenue par la relation suivante [142] :

$$\epsilon_r = \epsilon' - i60\sigma\lambda \quad (3.68)$$

La comparaison de la conductivité de l'eau de mer avec l'eau douce en fonction de la température et la fréquence est montrée dans la figure (3.28). Contrairement à l'eau douce, l'eau de mer a une conductivité importante dans la bande L. Sa conductivité est d'environ 3 – 5 S/m. Au titre de comparaison, cette conductivité est plus grande que celle de Germanium ($\sigma = 2.17$ S/m). Avec cette valeur, nous pouvons conclure que l'eau de mer est un matériau diélectrique fortement conducteur.

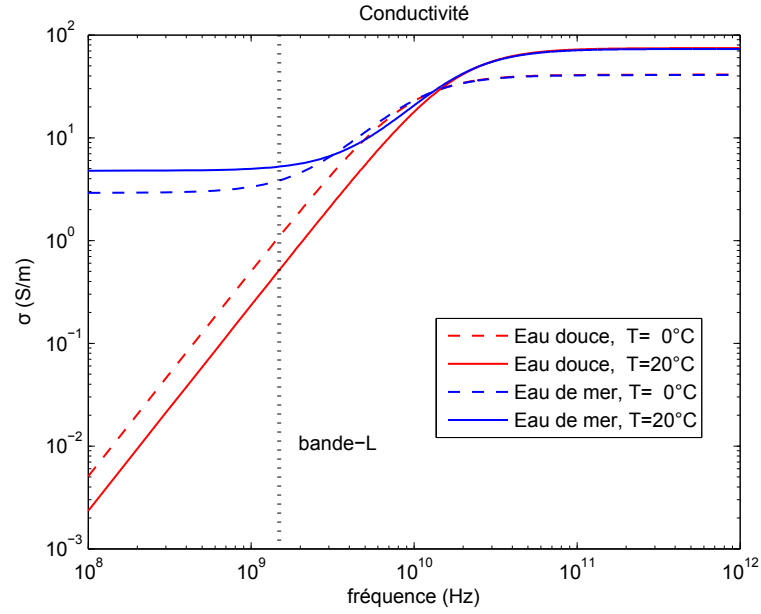


FIGURE 3.28: Conductivité de l'eau en fonction de la fréquence, la salinité et la température

3.4.4 Profondeur de pénétration

Contrairement au milieu électrique parfait, lorsqu'une onde électromagnétique arrive sur un milieu diélectrique fortement conducteur comme la surface de la mer, une partie de l'onde pénètre dans l'eau de mer. La profondeur de pénétration de l'onde est donnée par l'équation suivante [143] :

$$Lp = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{\left[\epsilon'_r \left(1 + (\epsilon''_r/\epsilon'_r)^2\right)\right]}/2} \quad (3.69)$$

Dans la bande L, cette pénétration est relativement faible pour l'eau de mer mais très importante pour l'eau douce. Pour une première approximation dans le cas de la diffusion par une surface de mer, nous pouvons négliger la pénétration d'onde.

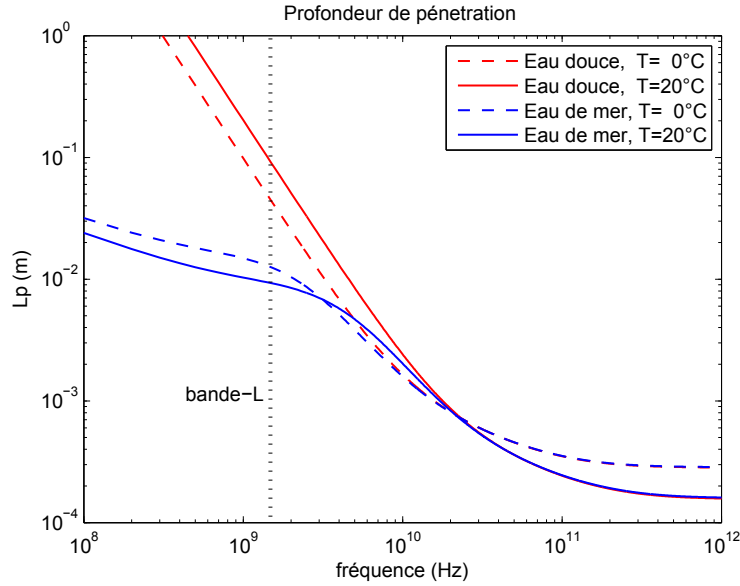


FIGURE 3.29: Profondeur de pénétration des ondes électromagnétiques dans l'eau en fonction de la fréquence, de la salinité et de la température

3.5 Conclusion

Nous avons discuté de façon synthétique les différents techniques permettant de modéliser et générer les vagues. L'approche la plus utilisée considère les vagues comme un processus aléatoire modélisé sous forme de spectre de mer ou la distribution statistique des hauteurs ou des pentes. Cette approche, très bien adaptée pour modéliser le large de l'océan, ne suffit pourtant pas pour expliquer le mouvement de vagues côtières ayant une forte non-linéarité. Pour ce dernier cas, une étude par le modèle hydrodynamique est plus appropriée.

Nous avons explicité également quelques techniques de simulation numérique pour modéliser le mouvement des vagues côtières déferlantes. La Méthode Désingularisée, utilisée dans le code *FSID*, présente avant tout quelques avantages comparés à d'autres méthodes (Éléments Finis, Différences Finies,...). En utilisant cette méthode, nous pouvons générer les profils réalistes des vagues côtières en fonction des paramètres principales comme la pente du fond, la hauteur relative et la cambrure. Ainsi on peut distinguer trois types de déferlement standard : glissant, plongeant et gonflant.

Enfin, nous avons discuté les caractéristiques électromagnétiques de l'eau de mer comme sa perméabilité, sa permittivité, sa conductivité et sa profondeur de pénétration. Pour une première approximation dans la bande L, nous pouvons considérer que l'eau de mer réagit comme un matériau conducteur électrique parfait.

Dans le chapitre suivant, nous allons intégrer ce modèle de vagues dans le calcul du champ électromagnétique en utilisant la Méthode des Moments développée dans le deuxième chapitre de ce manuscrit.

CHAPITRE 4

Diffusion EM par les vagues déferlantes

La reconnaissance des cibles est l'un des points importants dans le domaine de la télédétection par radar. Afin de mener ce travail, il est nécessaire de connaître les caractéristiques des champs électromagnétiques diffusés par des cibles considérées. Dans le contexte maritime, cette reconnaissance consiste entre autre à distinguer la présence des objets flottants (comme un bateau) et les phénomènes naturels (comme des vagues).

Les études menées par Rochdi [51] et Bennani [19] ont montré que la présence d'un objet flottant dans un milieu maritime augmente considérablement l'énergie du champ électromagnétique diffusé. Une autre étude par Wetzer [144] a montré qu'à l'instar de l'objet flottant, les vagues déferlantes augmentent également la répartition d'énergie, notamment pour une configuration mono-statique¹. Cette étude a été confirmée par Ben Khadra et al [145] avec des simulations et des mesures effectuées en une configuration bi-statique en utilisant la chambre anéchoïque du laboratoire Lab-STICC. Il est donc clair que pour bien distinguer ces deux cibles, on a besoin d'une étude spécifique de la diffusion électromagnétique par les vagues déferlantes.

En effet, les vagues déferlantes sont caractérisées par leur mouvement et également par leur déformation. Cette dernière les distingue d'autres cibles (objets flottants en générale) qui ne se déforment pas en fonction du temps. Elle peut donc être utilisée comme une piste pour identifier les vagues. Pour cette raison, une étude de la diffusion EM par ces vagues est généralement liée à une étude hydrodynamique.

La quasi-totalité des travaux traitant le problème de la diffusion EM par les vagues déferlantes [146, 147, 148, 149] sont réalisés uniquement pour les vagues déferlantes glissantes présentées par le modèle *Long-tank* [131]. Or, nous avons montré que la forme du déferlement n'est pas unique. Selon plusieurs facteurs tels que la pente du fond, la hauteur relative ainsi que la cambrure des vagues, le déferlement peut être de type gonflant, glissant ou plongeant. Dans notre travail, nous essayons de mettre en évidence les caractéristiques de champs diffusés pour chaque type de déferlement.

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté la Méthode des Moments et ses variantes pour calculer le champ électromagnétique diffusé par des différents objets. Nous avons également étudié la modélisation du phénomène de déferlement de vagues afin de connaître leur mouvement et leur déformation en fonction du temps. Le présent chapitre aura pour vocation à mettre en œuvre l'association de ces modèles et de constituer ainsi un outil de simulation globale répondant à notre problématique. Concrètement, nous mettons en évidence l'interaction des ondes électromagnétiques en bande L ($\lambda \approx 20$ cm) avec les vagues côtières déferlantes

1. Un système de télédétection est dit « mono-statique » lorsque l'émetteur est placé au même endroit que le récepteur. Il est appelé « bi-statique » lorsque l'émetteur et le récepteur sont placés à deux endroits différents.

à travers différentes simulations.

Le chapitre est divisé en cinq sections. Dans la première section, nous étudions le comportement des champs diffusés par les vagues déferlantes en 2D pour trois types de déferlement standard (gonflant, glissant et plongeant). Dans la deuxième section, le problème est abordé en dimension supérieure et nous présentons la modélisation de la diffusion par une vague déferlante de type plongeant en dimension 3. Dans la troisième section, nous traiterons le cas de la diffusion par une surface de mer générée à partir d'un spectre de mer. Même si cette problématique n'est pas réellement le cœur de notre travail de thèse, elle permet néanmoins de présenter l'utilisation de la Méthode des Moments dans un contexte maritime plus large. Ensuite dans la quatrième section, nous cherchons à montrer quelques ouvertures envisageables pour prolonger le travail présenté dans ce manuscrit. Pour cela, nous cherchons à établir un lien avec les approches de traitement du signal et en particulier l'analyse temps-fréquence. Enfin, dans la dernière section, nous donnerons la conclusion du travail effectué dans ce chapitre.

4.1 Diffusion EM par les vagues déferlantes 2D

Les vagues observées en bord de côtes n'ont pas les mêmes caractéristiques géométriques que les surfaces océaniques décrites par des spectres de mer pour des vitesses de vent limitées. Le problème de la modélisation numérique devient dans ce dernier cas plus complexe, dans la mesure où la géométrie de la surface présente de fortes courbures. Nous allons maintenant simuler le problème de la diffusion électromagnétique par ce type de surface en dimension 2.

Le chapitre précédent nous a permis de montrer les trois types de déferlement (glissant, plongeant et gonflant) et nous avons vu qu'à chacun de ces déferlements correspondait une géométrie particulière. Le déferlement gonflant se caractérise par une forme plutôt lisse (courbure peu marquée), le déferlement glissant présente une crête plus proéminente (courbure marquée) et le déferlement plongeant possède une crête très marquée et formera en plus une cavité importante.

La simulation numérique permet de visualiser l'évolution des champs diffusés pour chaque type de déferlement. Néanmoins, nous ne pouvons pas simuler les champs pour toutes les configurations possibles de vagues (pente du fond, cambrure, hauteur etc). Nous sélectionnons quelques configurations jugées suffisamment représentatives des phénomènes souvent observés.

4.1.1 Système de simulation

La simulation consiste dans un premier temps à générer des profils réalistes de vagues côtières déferlantes. Pour cela, nous utilisons le code *FSID* [27] présenté dans le chapitre 3. La simulation est effectuée dans un domaine borné, communément appelé « tank », de largeur 10 mètres. En faisant varier la pente du fond, la hauteur relative ainsi que la cambrure des vagues, nous obtenons trois types de déferlement standard : frontal, glissant et plongeant. Nous prenons ensuite quelques profils (4 profils pour chaque type de déferlement) pour représenter l'évolution des vagues en fonction du temps.

Dans un second temps, nous réalisons le calcul des champs électromagnétiques diffusés par les vagues déferlantes. Le problème de la diffusion électromagnétique est modélisé par l'Équation Intégrale du Champ Électrique (EICE) pour la polarisation horizontale et par l'Équation Intégrale du Champ Magnétique (EICM) pour la polarisation verticale. Nous utilisons ensuite la méthode MdM-OS+*NURBS* pour discrétiser ces équations intégrales. Le pas de discrétisation est fixé à λ (20 cm) qui est 10 fois plus grand que le pas imposé par la

méthode MdM-Classique. L'ordre de fonction de base est fixé à $N = 5$. Ce choix de pas et d'ordre est justifié par l'étude réalisée en considérant un cylindre et que nous avons menée dans le chapitre 2. Avec ce choix, nous avons 5 inconnues sur chaque maillage. Par rapport à la méthode MdM-Classique qui demande 10 inconnues sur chaque maillage, nous pouvons diminuer par deux le nombre d'inconnues.

Concernant la configuration du système d'observation, nous adoptons le repère présenté dans l'annexe A (figure A.2). Pour le cas 2D, ce système est décrit dans la figure (4.1). Nous adoptons le repère similaire pour l'angle incident θ_i et pour l'angle de diffusion θ_d avec $-90^\circ \leq \theta_i, \theta_d \leq 90^\circ$.

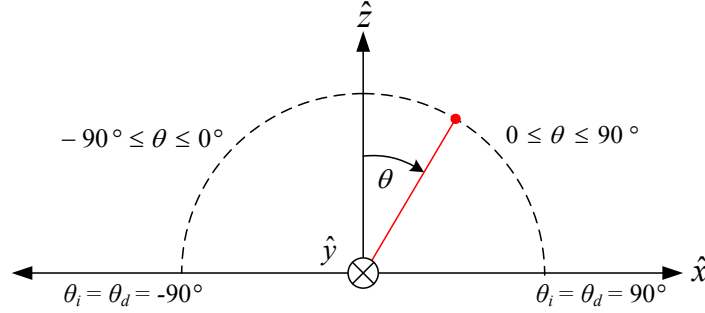


FIGURE 4.1: Repère du système d'observation

En tant que modèle de l'onde incidente, nous appliquons le formalisme de faisceau gaussien afin d'éviter l'effet de bord lié à la troncature de la surface. Il est important de préciser que, pour éviter de restreindre le faisceau gaussien à une portion trop petite de la surface, nous avons délibérément décidé de prolonger de 5 mètres à droite et à gauche le profil de vagues, comme le montre la figure (4.2). Ce choix a été fait pour limiter le gradient d'intensité de champ incident dans la zone de déferlement (zone de couleur verte dans cette figure). Avec cette démarche, nous essayons de simuler le phénomène de diffusion EM en se rapprochant au maximum de la configuration d'une onde incidente plane.

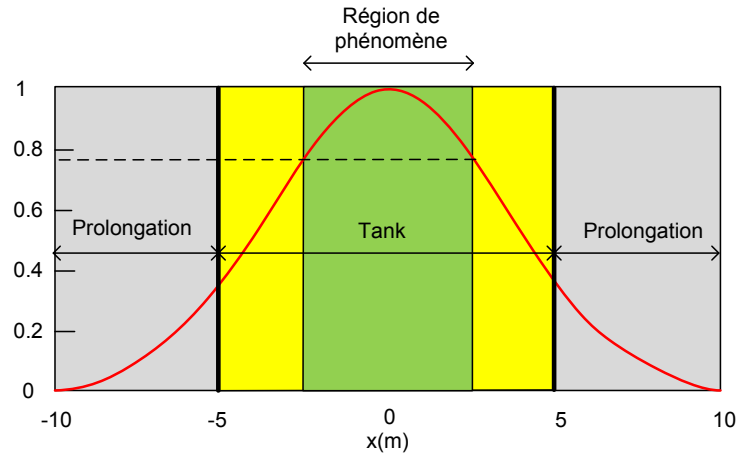


FIGURE 4.2: Onde incidente conique dans le domaine d'étude borné

Nous précisons également que l'eau de mer est considérée comme un conducteur électrique parfait puisque la conductivité de l'eau de mer est assez importante. Dans ce cas, nous supposons qu'il n'y a pas de pénétration des ondes électromagnétiques dans l'eau de mer.

4.1.2 Déferlement gonflant

Nous commençons à étudier les vagues déferlantes de type gonflant car celles-ci ont la forme la plus simple (absence de la crête et de la cavité). Les profils de vagues sont obtenus avec les paramètres suivants : la largeur du tank ($L = 10$ m), la pente du fond ($l_p = 0,5$ m), la profondeur de la vague ($d = 1$ m), la hauteur de la vague ($l_v = 3$ m), la largeur de la vague initiale ($r = 2$ m). La figure (4.3) montre l'évolution des vagues en fonction du temps.

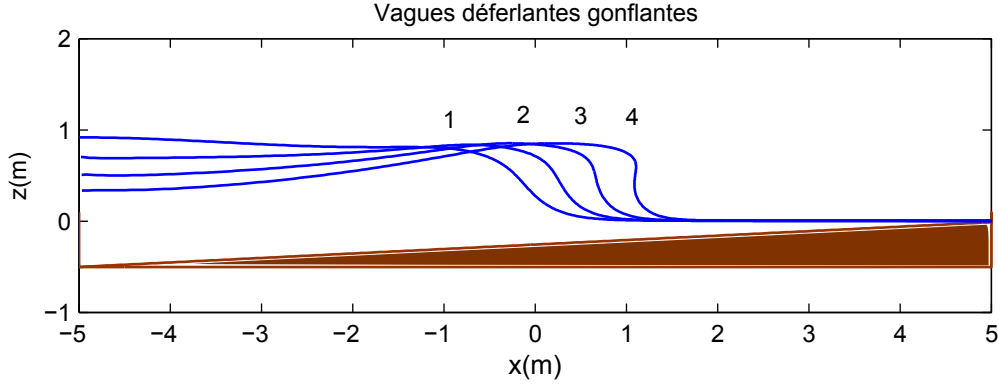


FIGURE 4.3: Profils des vagues déferlantes gonflantes

Avec la théorie de rayon, nous pouvons prédire la caractéristique des champs EM diffusés par ce type de vagues pour différents angles incidents. En effet, le « dos » des vagues a une forme plutôt plane ce qui orientera le champ dans la direction spéculaire. Cependant sur la « face » des vagues, il existe une forme concave qui a tendance à focaliser les champs diffusés dans une direction. Ce phénomène se produit surtout sous l'angle incident à 45° . Pour vérifier ces affirmations, nous calculons les champs diffusés et également les SER Normalisées des vagues en utilisant la méthode MdM.

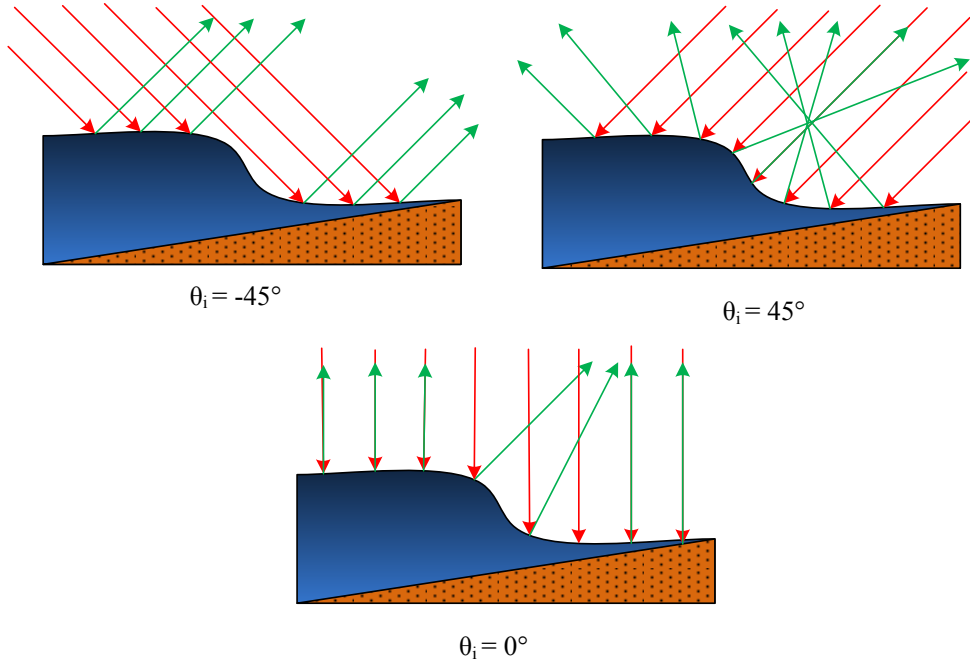


FIGURE 4.4: Théorie de rayon appliquée aux vagues déferlantes gonflantes

Champs diffusés et champs totaux

Nous étudions l'évolution des champs diffusés en faisant varier l'angle incident (-45° , 0° et 45°) et la polarisation (horizontale et verticale). Les figures (4.6), (4.7) et (4.8) montrent successivement les ondes diffusées et les ondes totales pour ces trois angles incidents.

Pour un point assez éloigné de la surface, nous constatons que la direction de diffusion confirme bien la théorie des rayons, ceci n'est pas le cas pour un point proche de la surface. Nous remarquons également l'apparition d'un phénomène d'interférence d'ondes sur la face des vagues et ceci pour tous les angles incidents. Ce phénomène n'est pas pris en compte par la théorie des rayons.

Au niveau global, nous rémarquons que les ondes diffusées en polarisations horizontale et verticale sont presque identiques. Cependant en faisant le zoom sur le profil 4 de la figure (4.8), nous constatons la différence entre ces deux polarisations. Pour la polarisation verticale, la surface de la vague correspond à un ventre du champ ce qui est exactement le contraire pour une polarisation horizontale pour laquelle la surface de la vague correspond à un nœud. Ce phénomène est montré dans la figure (4.5).

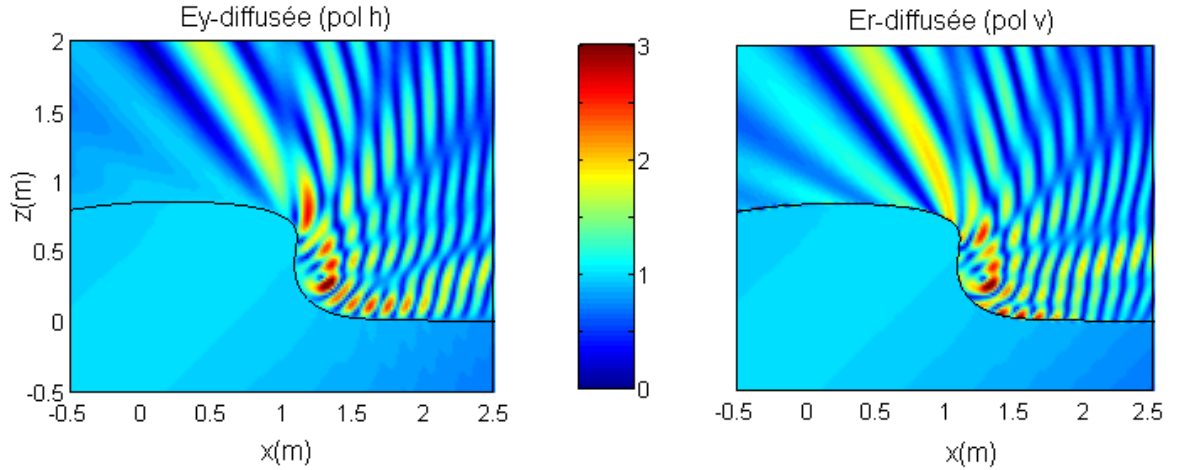


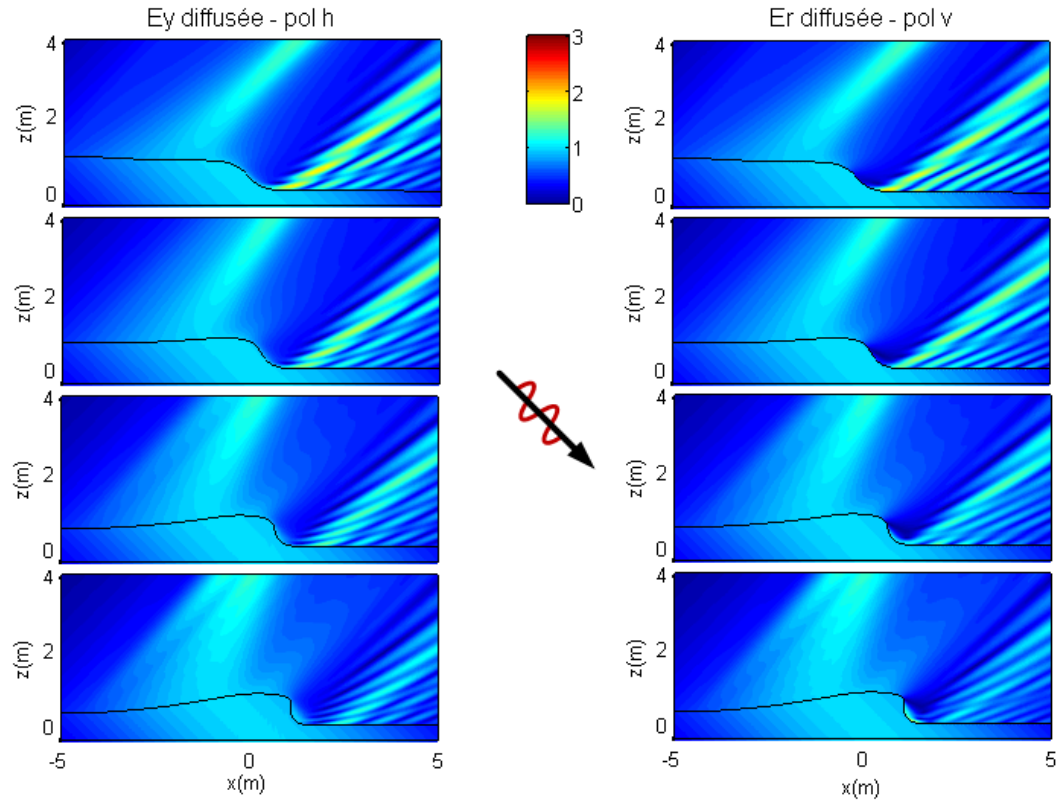
FIGURE 4.5: Ondes diffusées à proximité de la zone concave : déferlement plongeant (zoom du profil 4), polarisations horizontale et verticale, $\theta_i = 45^\circ$

Surface Équivalente Radar Normalisée

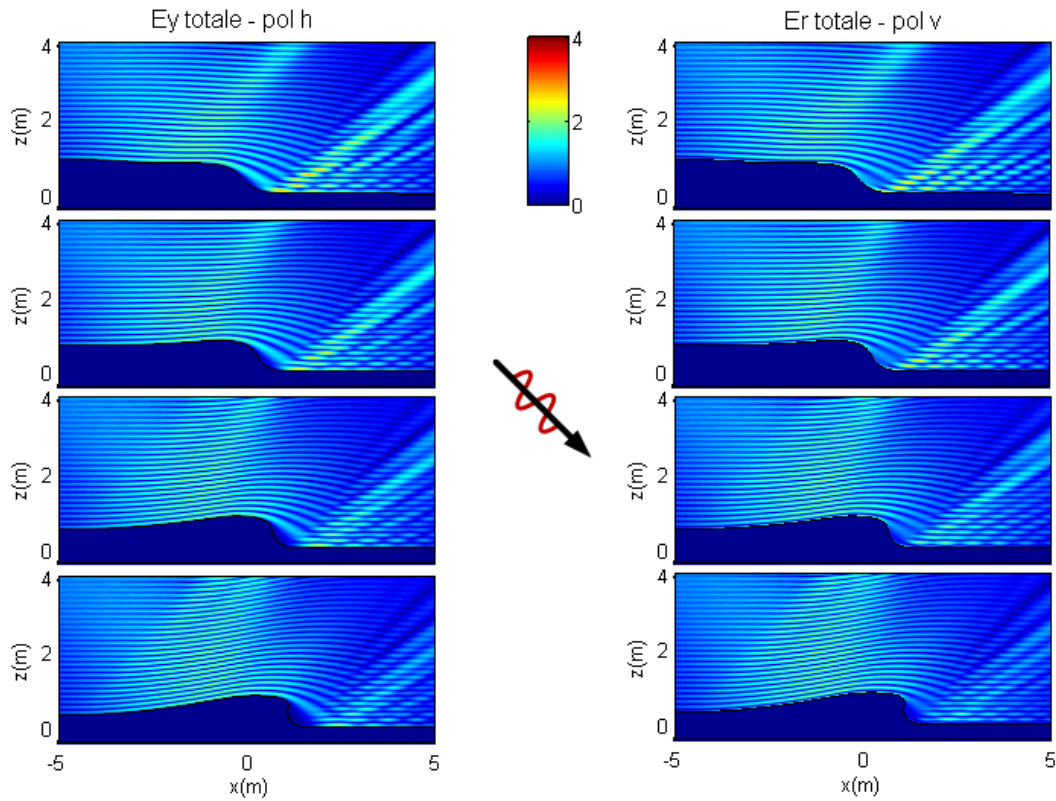
Dans le cas du champ lointain, nous pouvons également calculer les SER Normalisées (SERN) de ce type de vagues. Nous considérons les profils 1 et 4 pour constater le changement des SERN en fonction du temps.

Nous remarquons le décalage des SERN pour toutes les configurations (angles incidents et polarisations). Comme le montre les flèches dans la figure (4.9), ce décalage est très important pour les angles de diffusion à proximité de la direction spéculaire. En passant du profil 1 au profil 4, ce décalage s'éloigne de la direction spéculaire.

Nous prêtons ensuite une attention particulière pour les angles de diffusion compris entre 0° et 90° car dans la plupart des cas, les instruments de mesure sont installés dans cette région. Pour les angles incidents -45° et 0° , nous remarquons la diminution des SERN. Cependant, pour l'angle incident 45° , les SERN augmentent de manière significative.

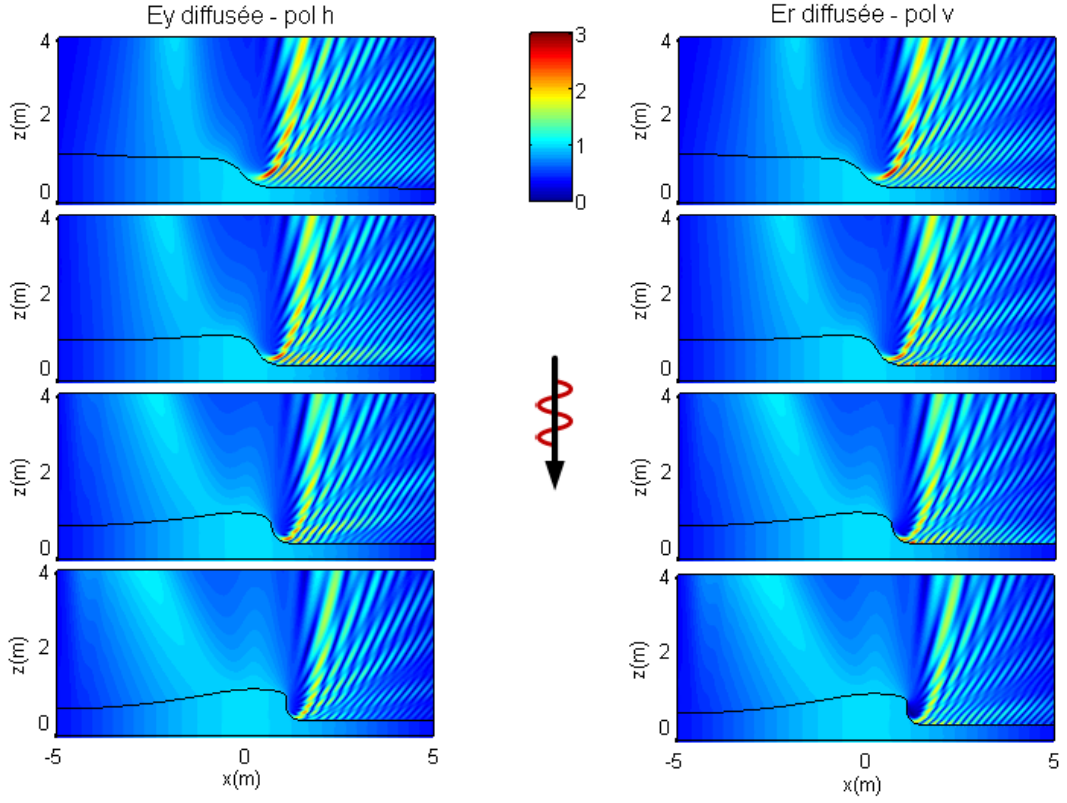


(a) Ondes diffusées : polarisations horizontale et verticale

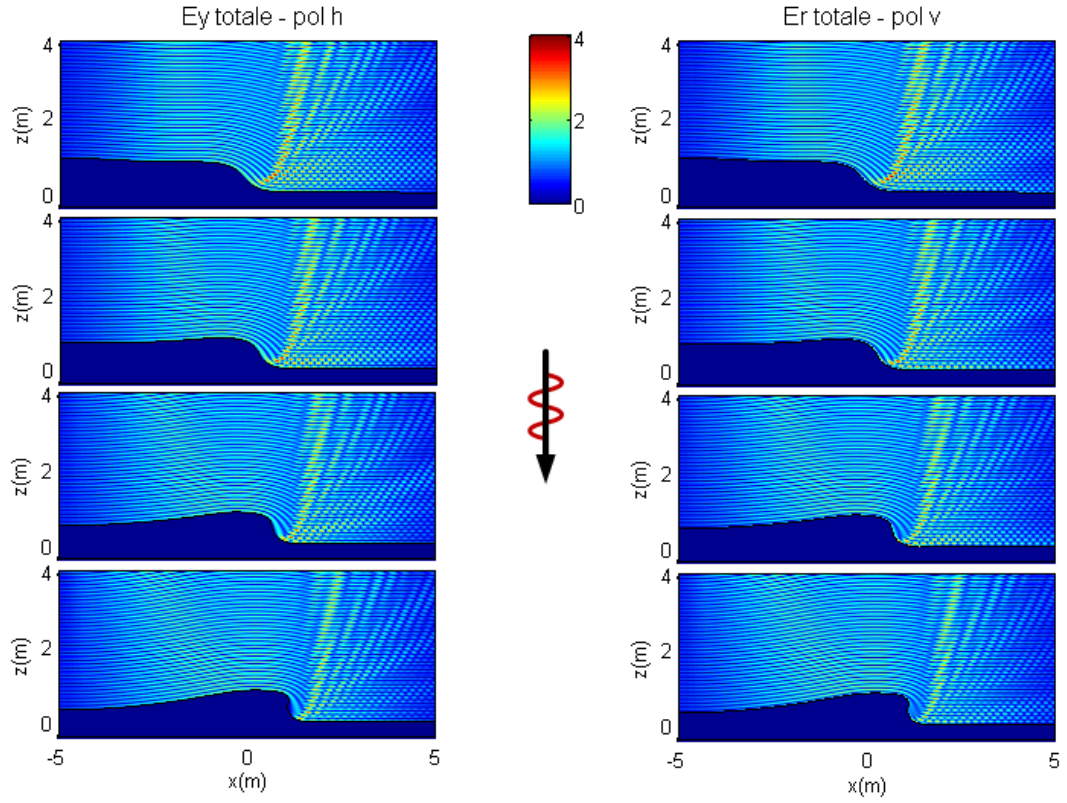


(b) Ondes totales : polarisations horizontale et verticale

FIGURE 4.6: Ondes diffusées et ondes totales : déferlement gonflant, $\theta_i = -45^\circ$

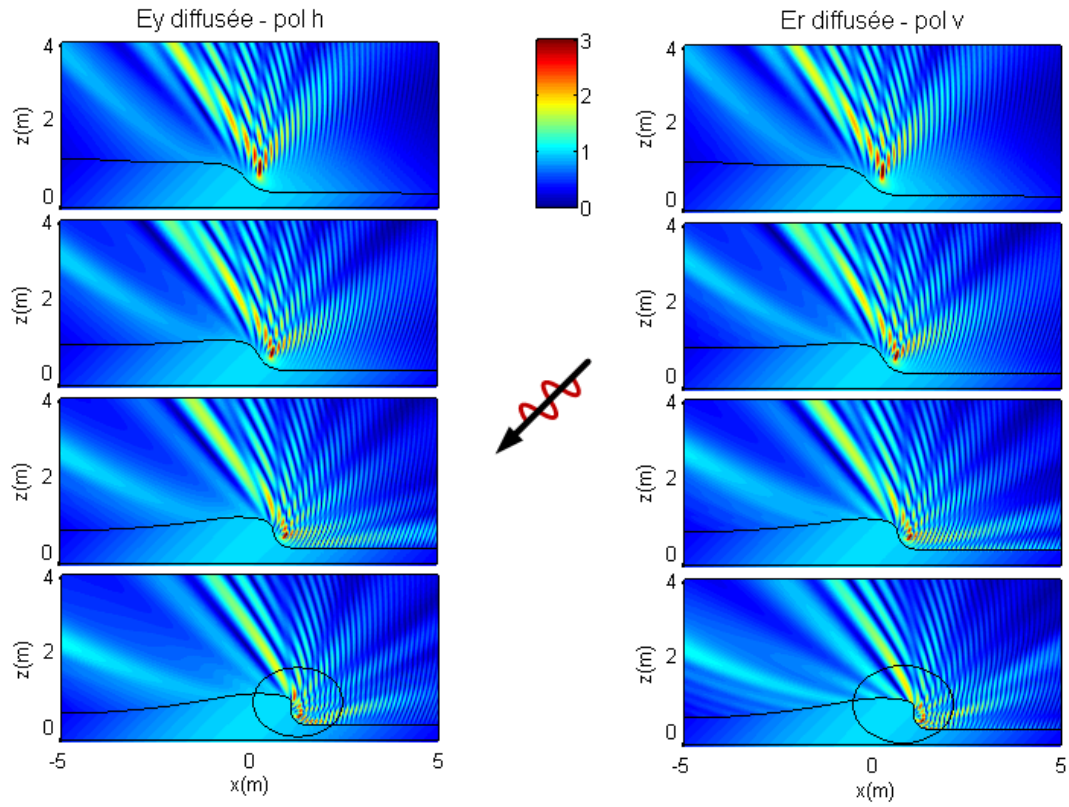


(a) Ondes diffusées : polarisations horizontale et verticale

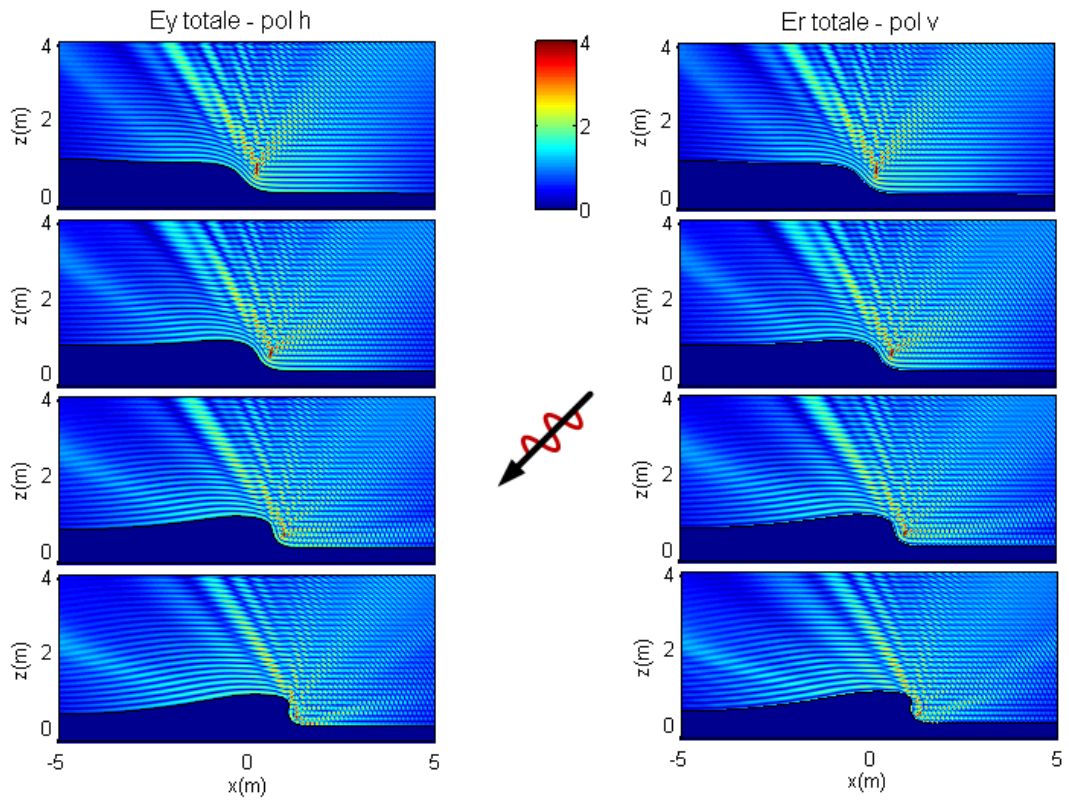


(b) Ondes totales : polarisations horizontale et verticale

 FIGURE 4.7: Ondes diffusées et ondes totales : déferlement gonflant, $\theta_i = 0^\circ$



(a) Ondes diffusées : polarisations horizontale et verticale



(b) Ondes totales : polarisations horizontale et verticale

FIGURE 4.8: Ondes diffusées et ondes totales : déferlement gonflant, $\theta_i = 45^\circ$

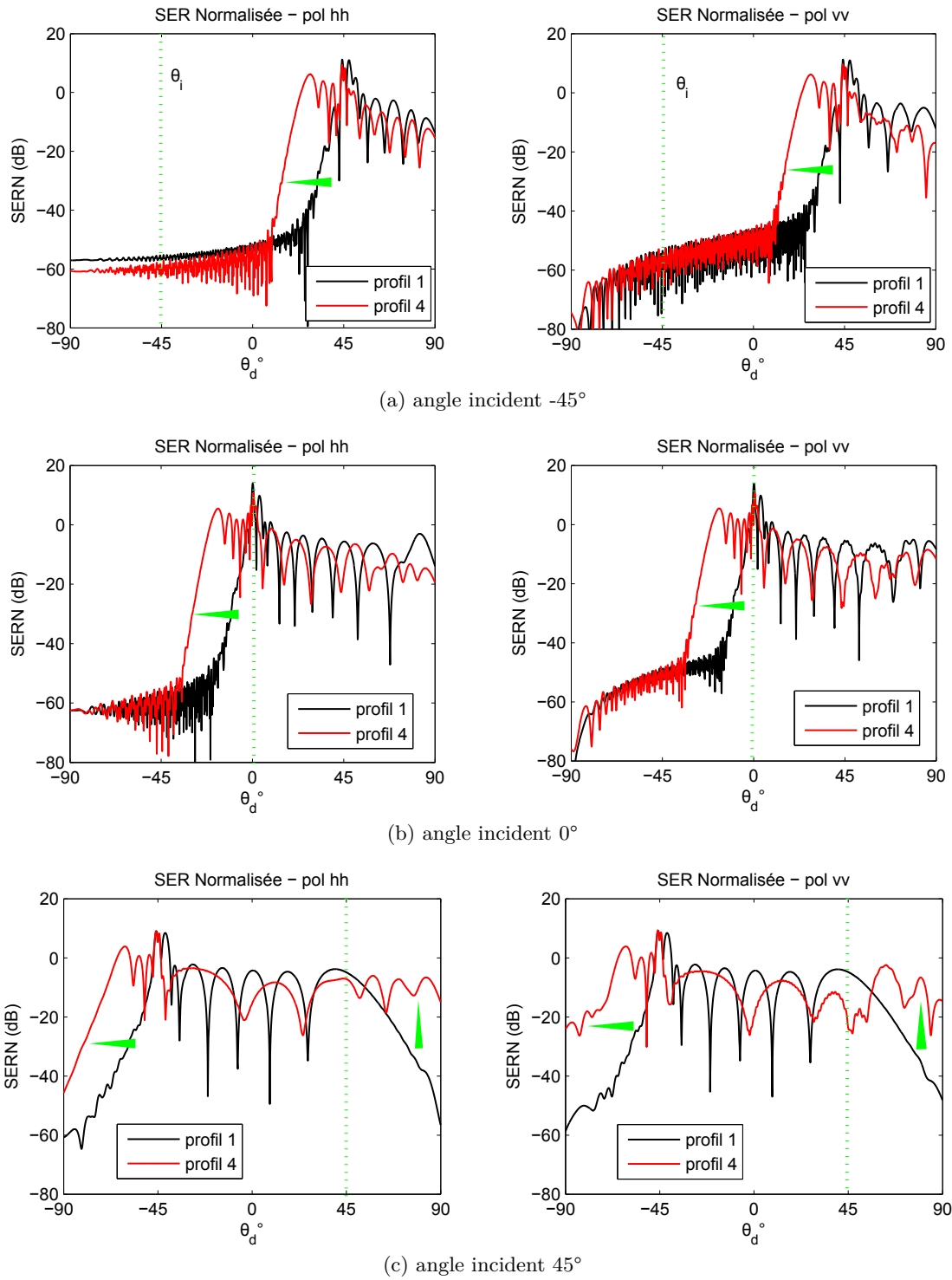


FIGURE 4.9: SER Normalisées : déferlement frontal, polarisations horizontale et verticale

4.1.3 Déferlement glissant

Les profils de vagues déferlantes de type glissant utilisés dans la simulation sont montrés dans la figure (4.10). Ces profils sont obtenus avec les paramètres : la largeur de tank ($L = 10$ m), la pente du fond ($l_p = 0,1$ m), la profondeur de la vague ($d = 1$ m), la hauteur de la vague ($h = 2$ m), la largeur de la vague initiale ($l_v = 2$ m). En considérant les 4 profils dans la figure, nous observons l'apparition de la crête des vagues.

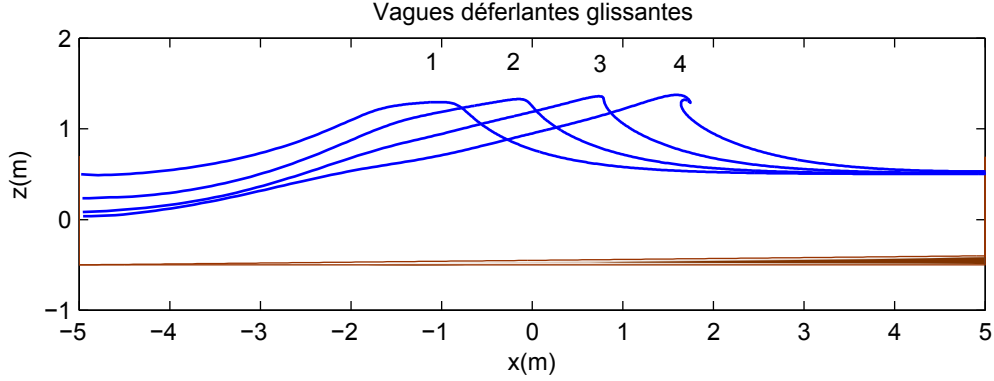


FIGURE 4.10: Profils des vagues déferlantes glissantes

Selon la théorie de rayons, en plus du phénomène de focalisation des champs sur la face des vagues, ce type de déferlement va provoquer la diffraction sur la crête comme le montre la figure (4.11). Basé sur cette théorie, la concentration des champs EM diffusés doit être plus importante dans la zone proche de la crête. Pour vérifier cette théorie, nous calculons les champs diffusés ainsi que les SER avec la méthode MdM.

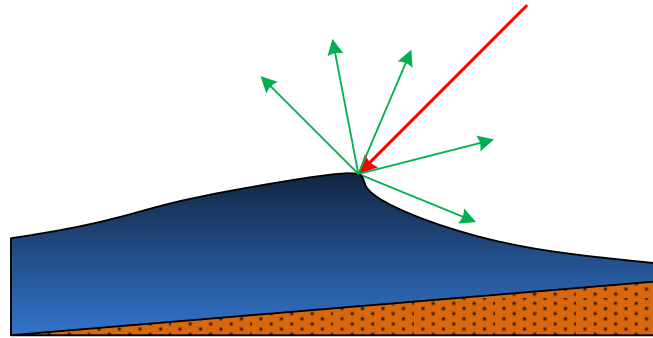


FIGURE 4.11: Diffraction par la crête d'une vague déferlante glissante

Champs diffusés et champs totaux

Les champs diffusés et totaux obtenus pour l'angle incident de -45° sont présentés dans la figure (4.13), pour l'angle incident de 0° dans la figure (4.14) et pour l'angle incident de 45° dans la figure (4.15).

Comme dans le cas du déferlement frontal, pour trois angles incidents, nous remarquons l'apparition du phénomène de l'interférence d'ondes EM diffusées sur la face des vagues, ce qui est dû à la forme concave de la surface qui focalise les champs. Cependant, sur le dos des vagues, la forme de la surface est plutôt convexe ce qui diffuse les champs dans plus

de directions. Comme dans le résultat donné par la théorie des rayons, la concentration des champs diffusés est très importante au dessus de la crête.

Nous constatons que l'onde incidente emise sous l'angle -45° ne détecte pas la crête des vagues. L'angle de 45° est le meilleur angle qui donne l'information sur la crête de déferlement. En faisant le zoom sur les profils 1 et 4 de la figure (4.15), nous remarquons que les polarisations horizontale et verticale donnent les champs diffusés presque identiques. Il est aussi important de constater que ces champs diffusés suivent le mouvement des vagues pour tous les angles incidents.

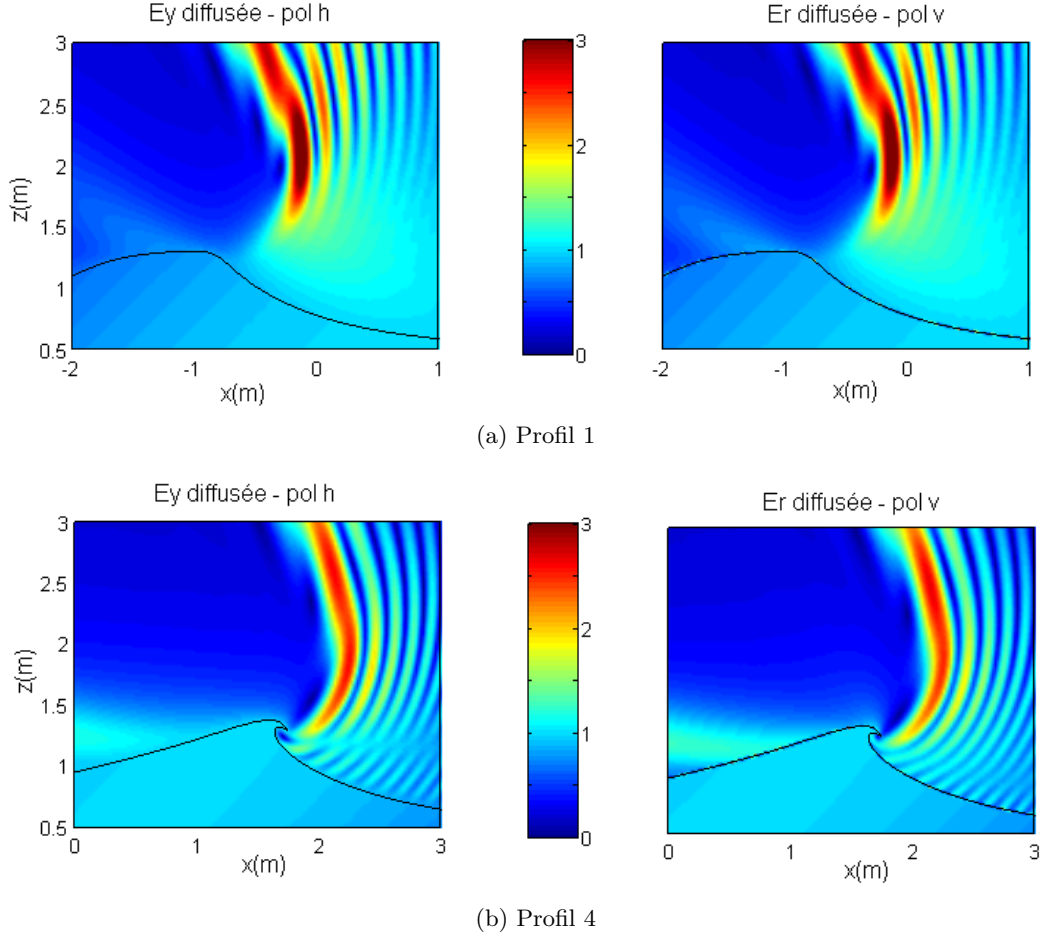
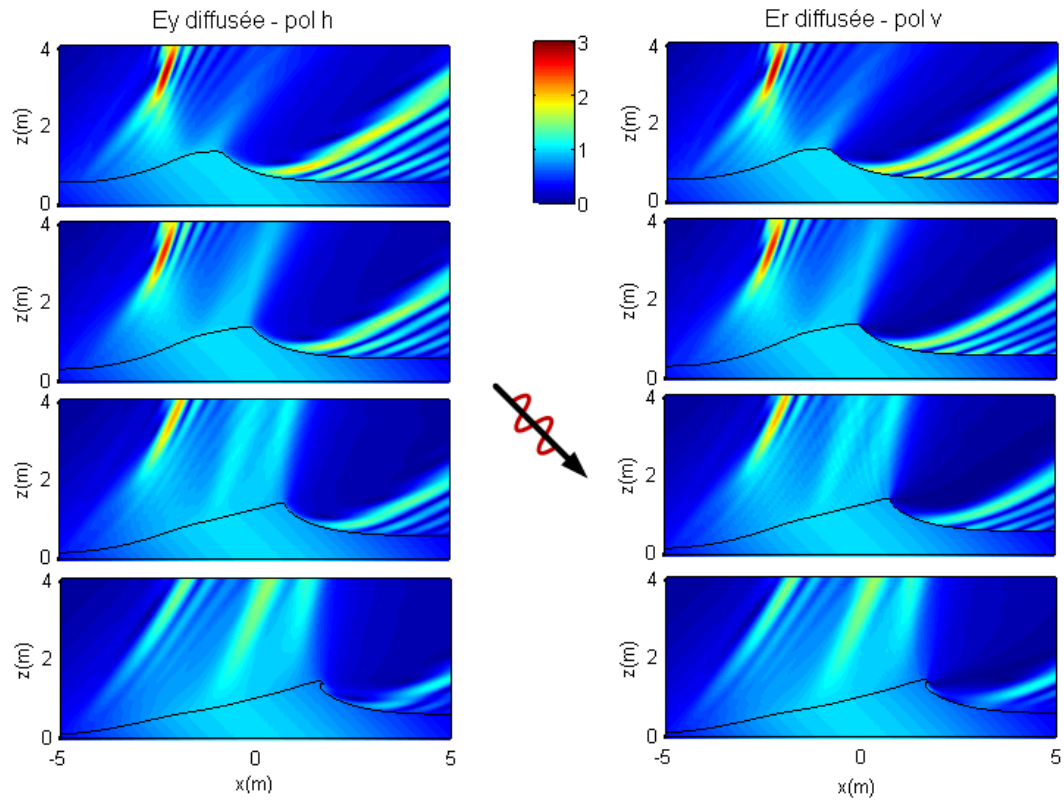


FIGURE 4.12: Ondes diffusées à proximité de la crête : déferlement glissant, polarisations horizontale et verticale, $\theta_i = 45^\circ$

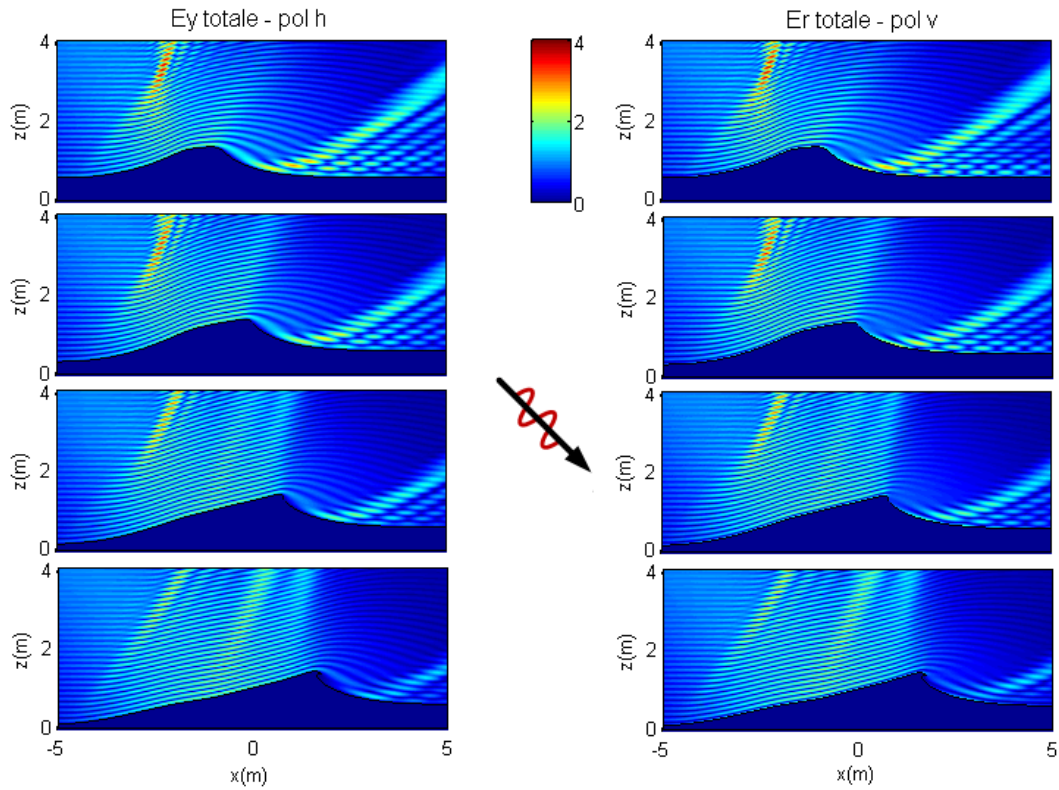
Surface Équivalente Radar Normalisée

Les SER Normalisées (SERN) pour chaque angle incident sont données dans la figure (4.16). Nous considérons les profils 1 et 4 pour analyser les variations des SERN en fonction du temps.

Comme dans le cas du déferlement gonflant, nous constatons le décalage des SERN. Cependant, contrairement au déferlement gonflant, la direction de ce décalage se rapproche de la direction spéculaire. Il est important de constater la même caractéristique des SERN que celles de déferlement gonflant pour les angles de diffusion dans la région comprise entre 0° et 90° . Pour les angles incidents -45° et 0° , les SERN diminuent alors que pour l'angle 45° , elles augmentent.

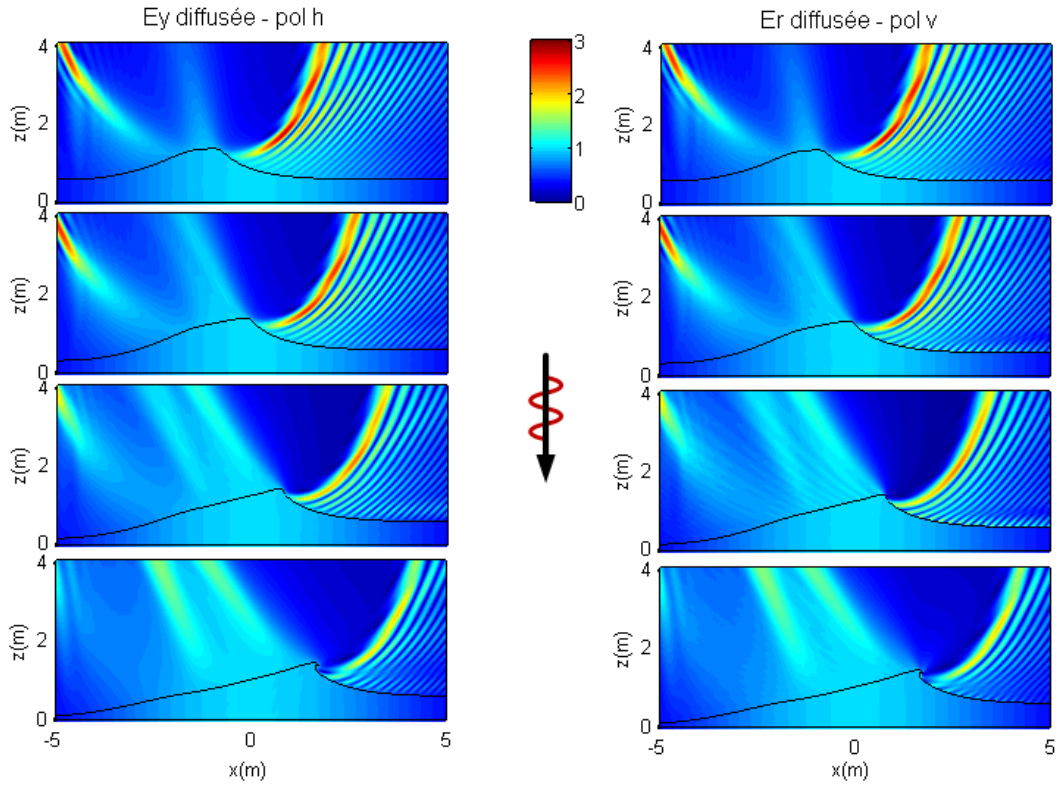


(a) Ondes diffusées : polarisations horizontale et verticale

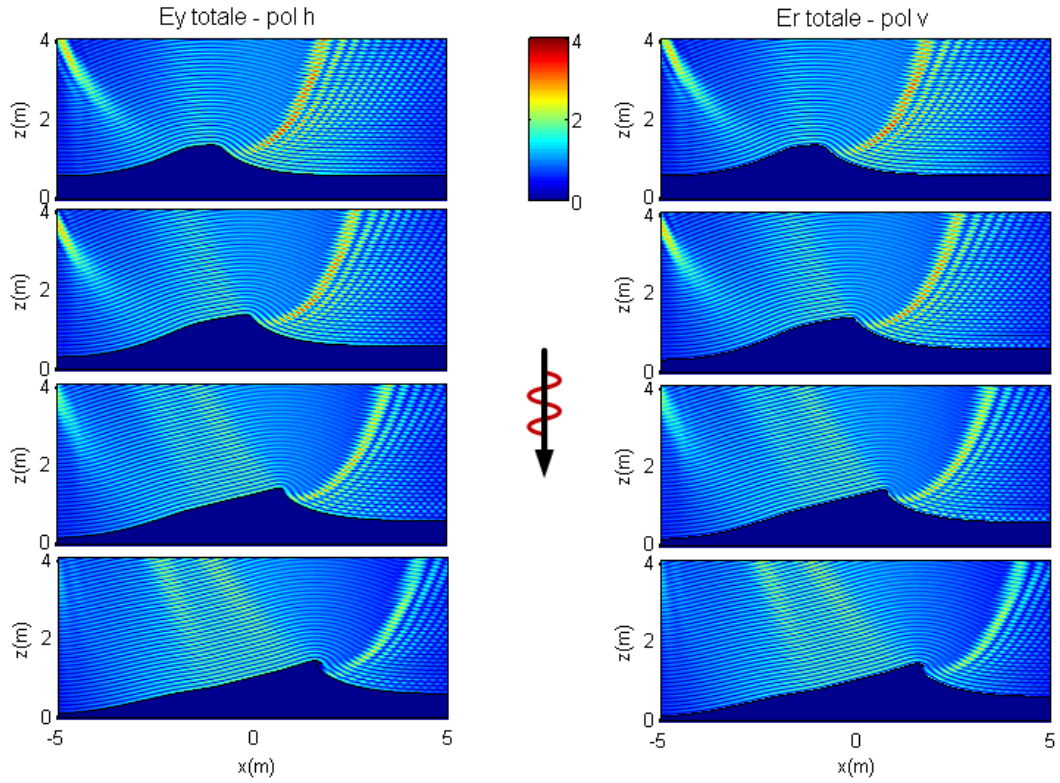


(b) Ondes totales : polarisations horizontale et verticale

FIGURE 4.13: Ondes diffusées et ondes totales : déferlement glissant, $\theta_i = -45^\circ$

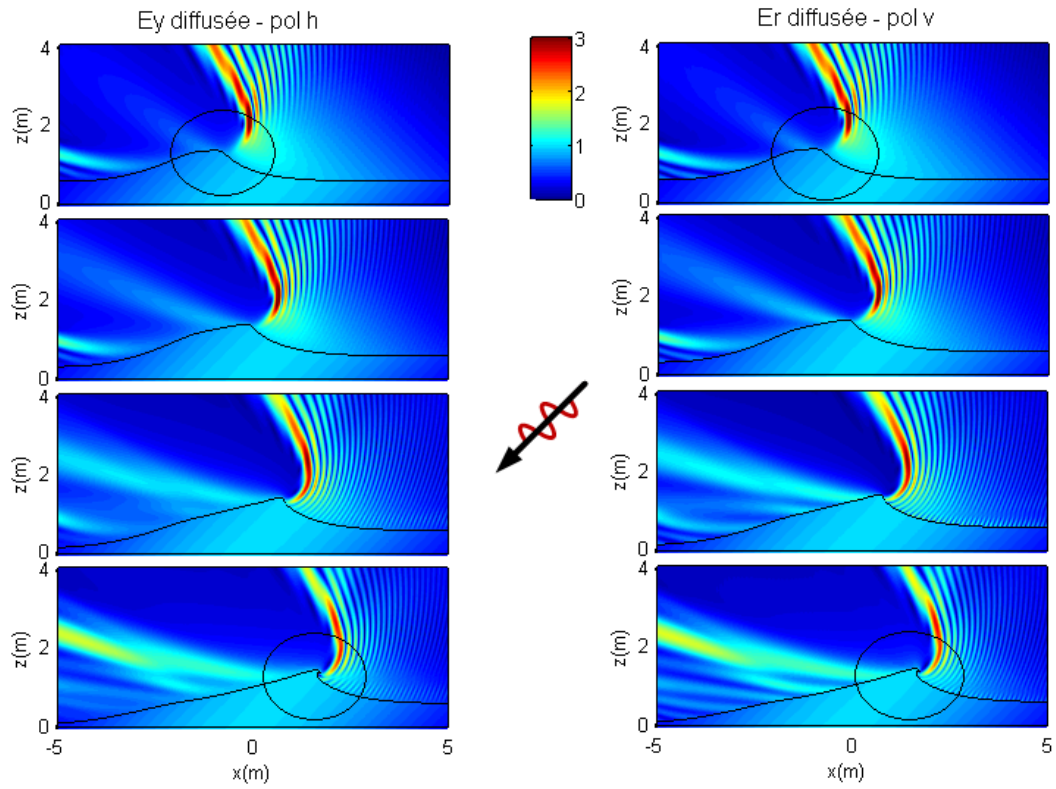


(a) Ondes diffusées : polarisations horizontale et verticale

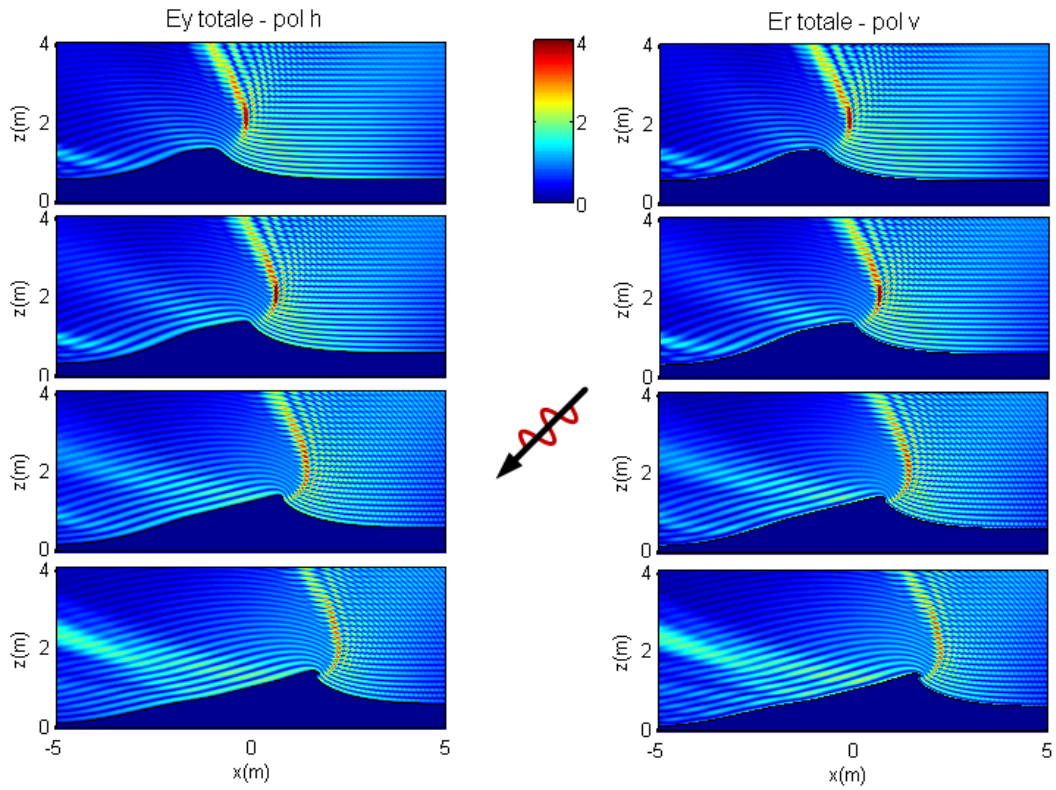


(b) Ondes totales : polarisations horizontale et verticale

 FIGURE 4.14: Ondes diffusées et ondes totales : déferlement glissant, $\theta_i = 0^\circ$



(a) Ondes diffusées : polarisations horizontale et verticale



(b) Ondes totales : polarisations horizontale et verticale

FIGURE 4.15: Ondes diffusées et ondes totales : déferlement glissant, $\theta_i = 45^\circ$

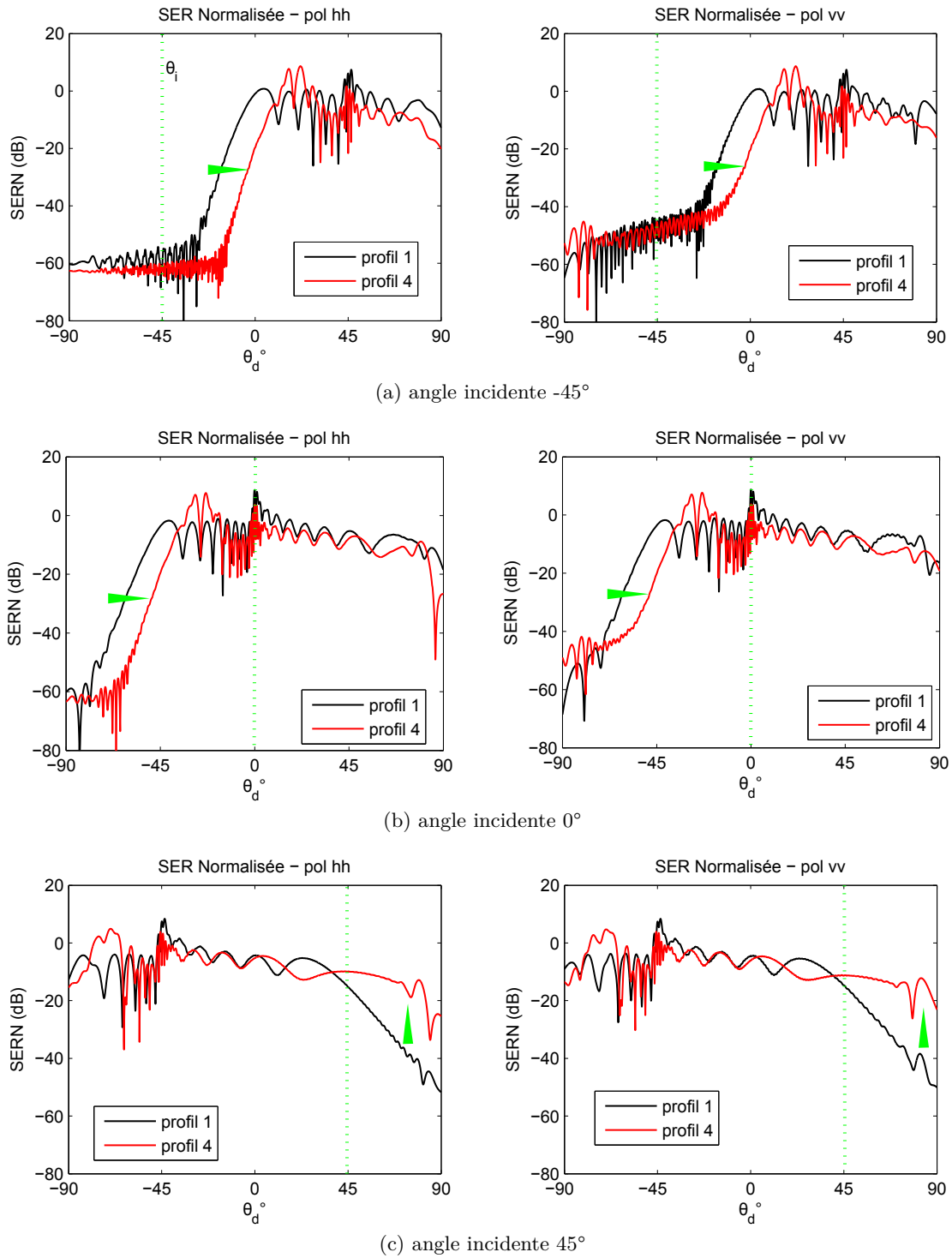


FIGURE 4.16: SER Normalisés : déferlement glissant, polarisations horizontale et verticale

4.1.4 Déferlement plongeant

Les profils illustrant les vagues déferlantes de type plongeant utilisés dans notre simulation sont montrés dans la figure (4.17). Ces profils sont obtenus avec les paramètres : la pente du fond ($l_p = 0,5$ m), la profondeur de la vague ($d = 1$ m), la hauteur de la vague ($h = 2$ m), la largeur de la vague initiale ($l_s = 2$ m). Dans les profils 1 à 3, nous constatons que la surface devient de plus en plus courbée avec l'apparition d'une cavité. Dans le profil 4, cette cavité est presque fermée avant de disparaître complètement.

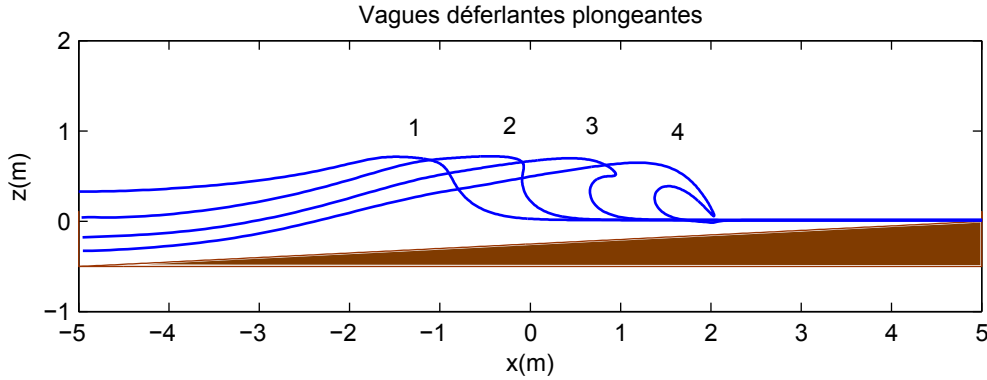


FIGURE 4.17: Profils des vagues déferlantes plongeantes

En plus du phénomène de la diffraction d'onde sur la crête qui présente dans le déferlement glissant, la diffusion par une vague déferlante plongeante implique un phénomène électromagnétique particulier lié à la cavité de la vague. En terme de rayon, cette diffusion pourrait s'interpréter comme un phénomène de « réflexions multiples » dans la cavité des vagues comme le montre la figure (4.18). Nous étudions l'influence de cette cavité sur le champ électromagnétique ainsi que sur la SER.

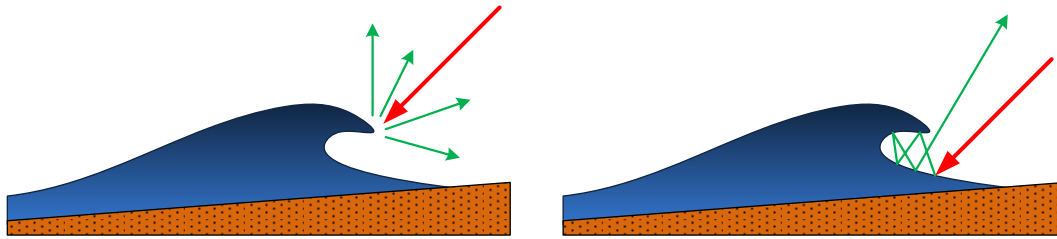


FIGURE 4.18: Diffraction et la réflexion multiple dans une vague déferlante plongeante

Champs diffusés et champs totaux

Nous faisons varier l'angle incident émis sur les vagues. Les champs diffusés ainsi que les champs totaux pour les angles incidents de -45° , 0° et 45° sont donnés respectivement à la figure (4.20), la figure (4.21) et la figure (4.22).

Comme dans le cas des deux types de déferlement précédents, nous remarquons que sur la face des vagues, il apparait une interférence d'onde. Pour l'angle incident de -45° , la crête et la cavité des vagues ne sont pas détectées. Les champs totaux dans la cavité sont nuls comme pour l'eau salée. En utilisant les angles incidents de 0° et 45° , nous pouvons détecter la crête des vagues.

Le phénomène de « réflexion multiple » dans la cavité des vagues sera particulièrement visible pour l'angle incident de 45° . Ceci se traduit par la concentration des champs diffusés dans cette région. Afin de voir plus clairement le phénomène dans la cavité, nous faisons le zoom sur les champs diffusés en polarisation horizontale et verticale de la figure (4.22). Nous constatons un phénomène d'ondes stationnaires (nœuds et ventres) dans la cavité pour le profil 3. Pour le profil 4, l'ouverture très petite de la cavité diminue la pénétration d'onde. Cependant, une petite partie d'onde, surtout en polarisation verticale arrive à pénétrer dans la cavité.

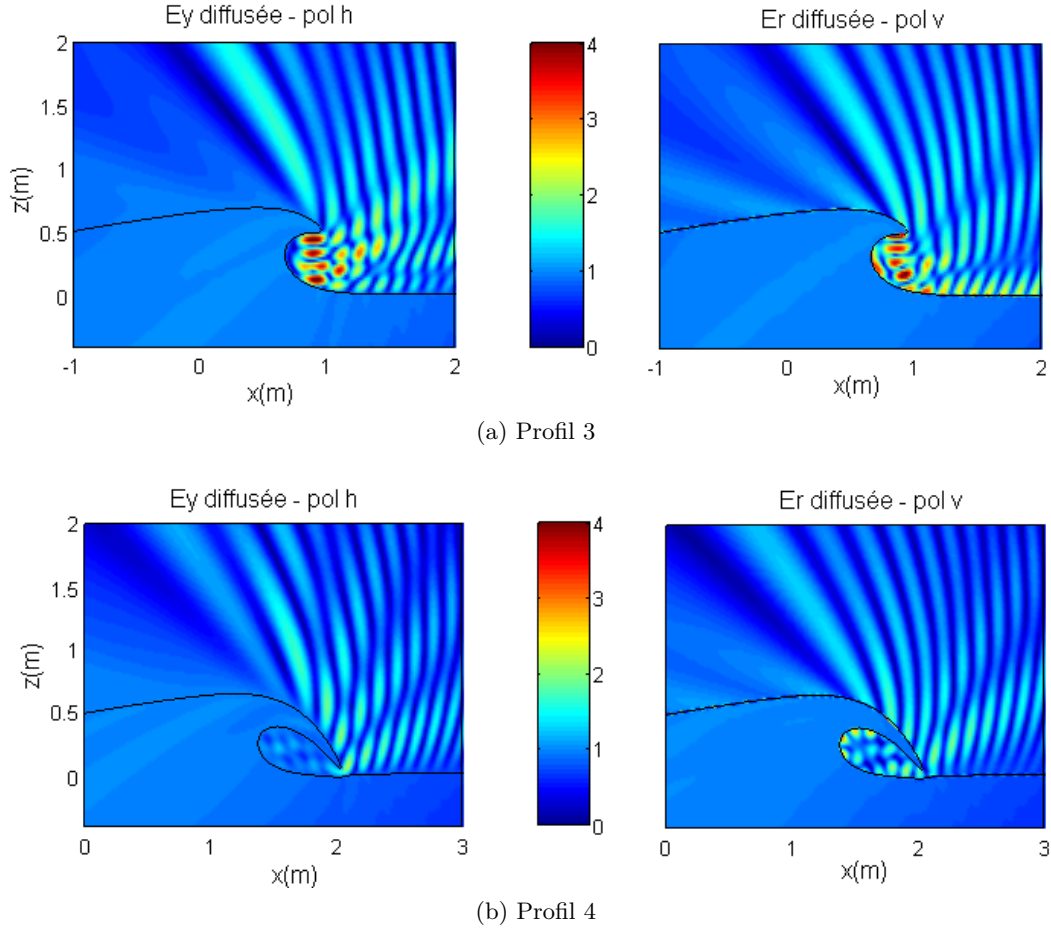
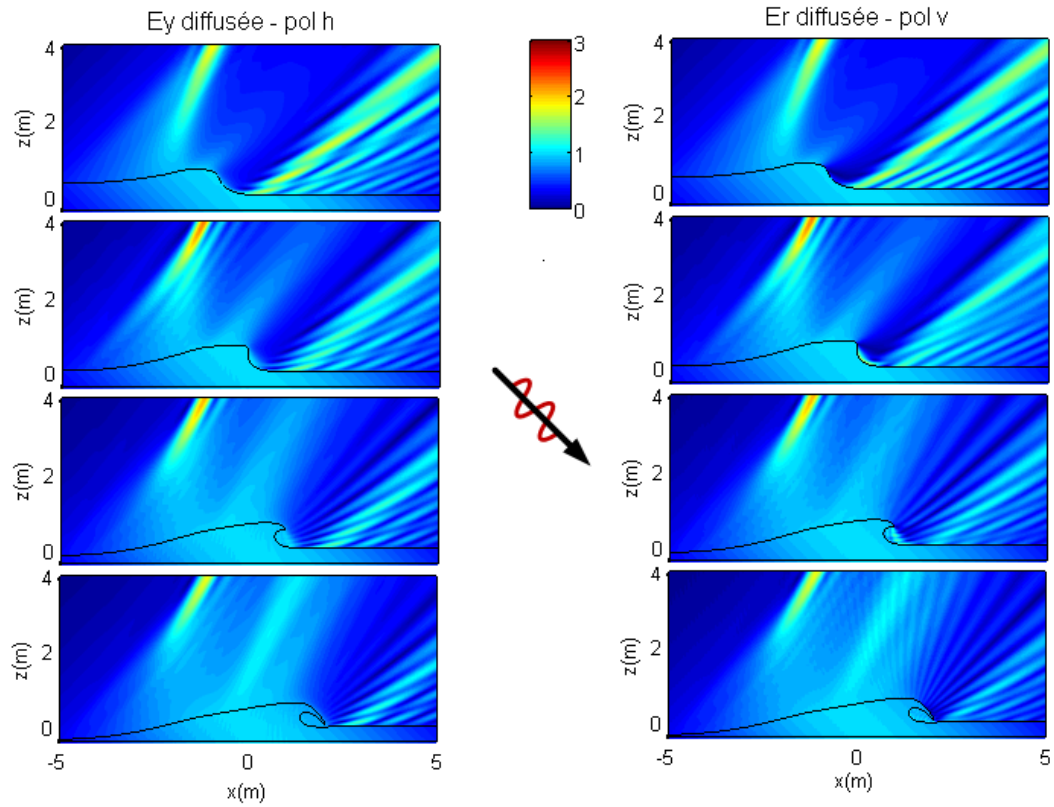


FIGURE 4.19: Ondes diffusées à proximité de la cavité de vague : déferlement plongeant, polarisations horizontale et verticale, angle incidente 45°

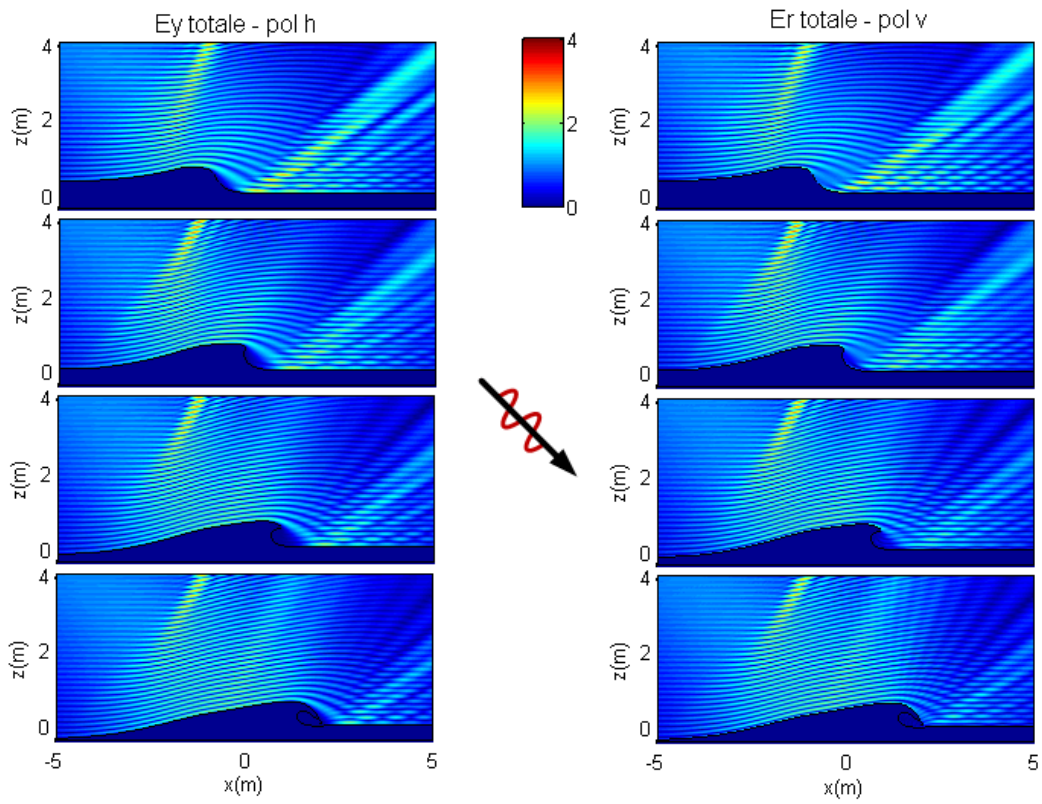
Surface Équivalente Radar Normalisée

Pour les SERN, nous réalisons le calcul correspondant aux trois profils de vagues : profil 1, profil 3 et profil 4. La figure (4.23) montre les SERN pour les trois angles incidents (-45° , 0° et 45°).

Nous remarquons qu'en passant du profil 1 au profil 3, les caractéristiques de SERN sont très proches de celles du déferlement glissant. Cependant pour le profil 4, la SERN se rapproche de celle du profil 1. Ceci est dû au fait que l'onde ne pénètre dans la cavité que de façon faible (très petite ouverture). La pointe de crête et la cavité ne jouent plus alors un rôle aussi important dans la diffusion de la vague.

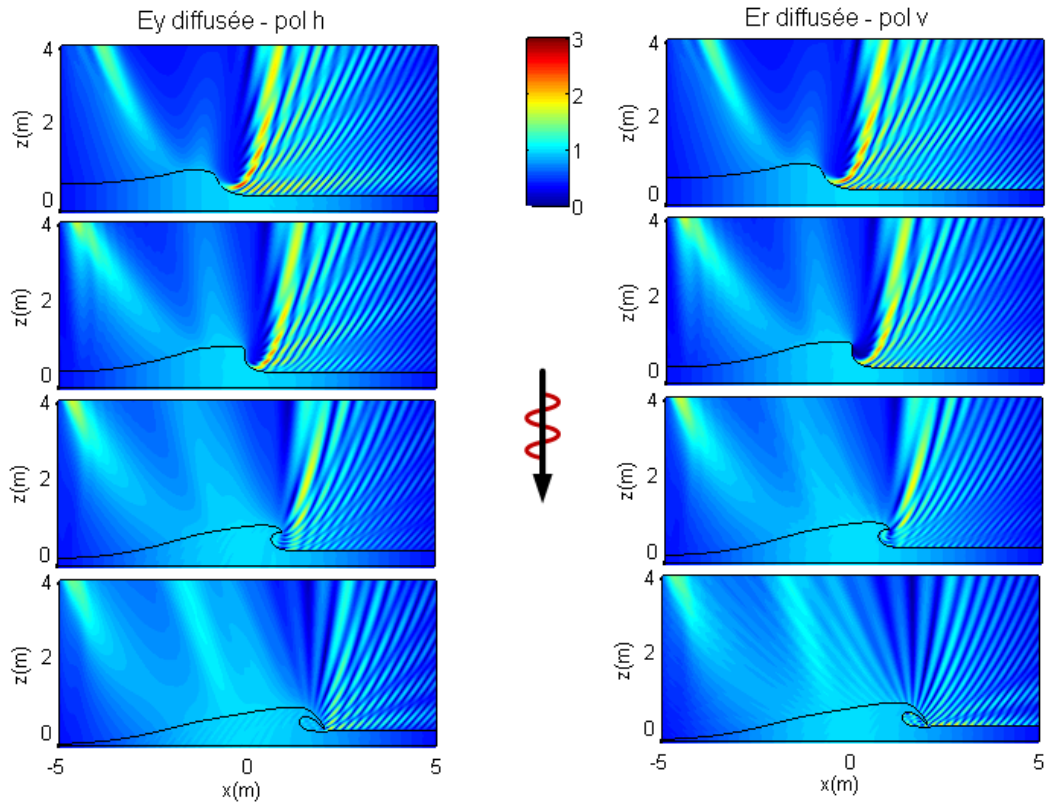


(a) Ondes diffusées : polarisations horizontale et verticale

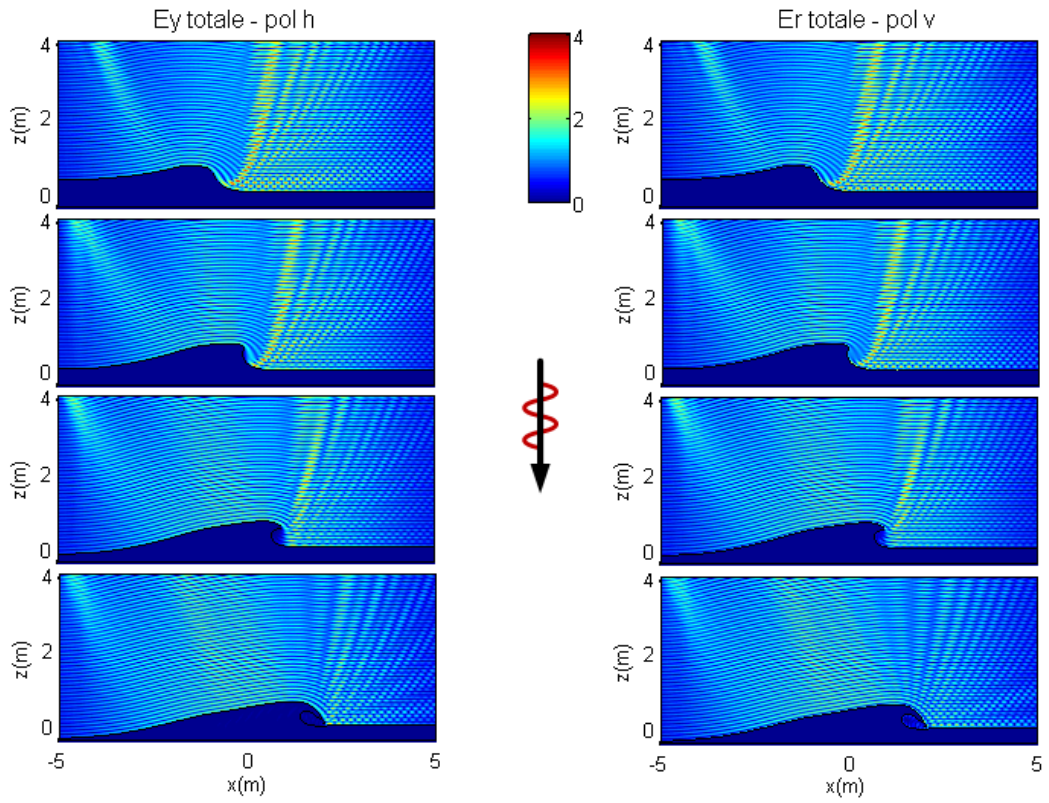


(b) Ondes totales : polarisations horizontale et verticale

FIGURE 4.20: Ondes diffusées et ondes totales : déferlement plongeant, $\theta_i = -45^\circ$

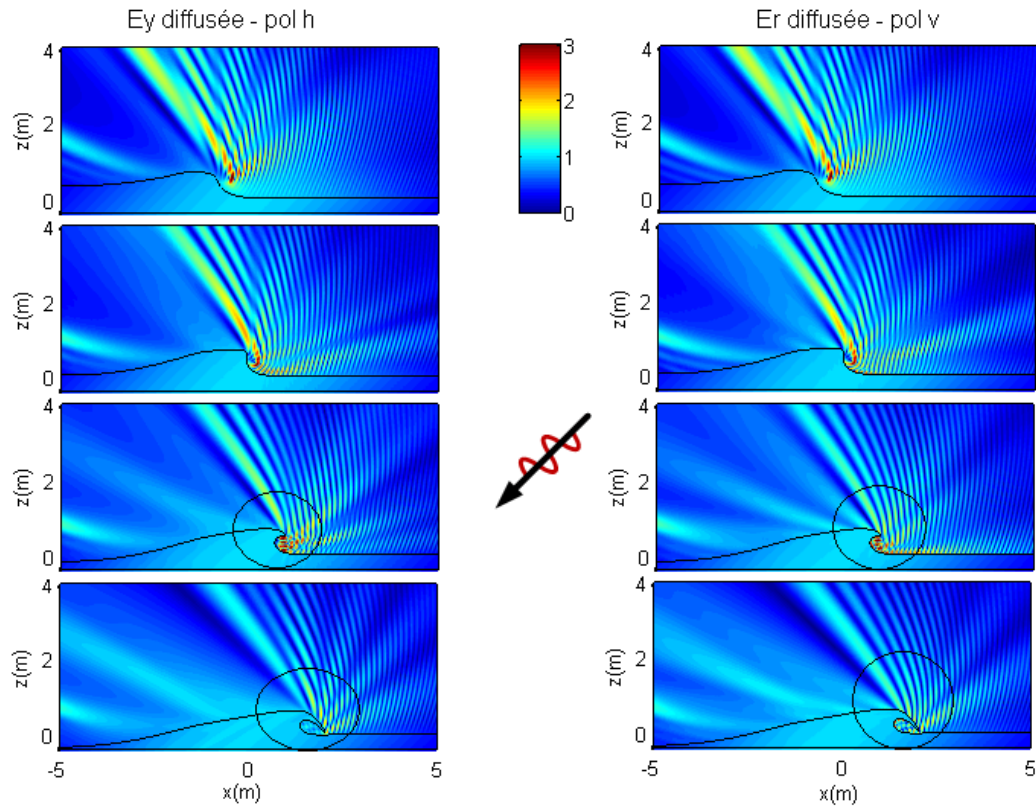


(a) Ondes diffusées : polarisations horizontale et verticale

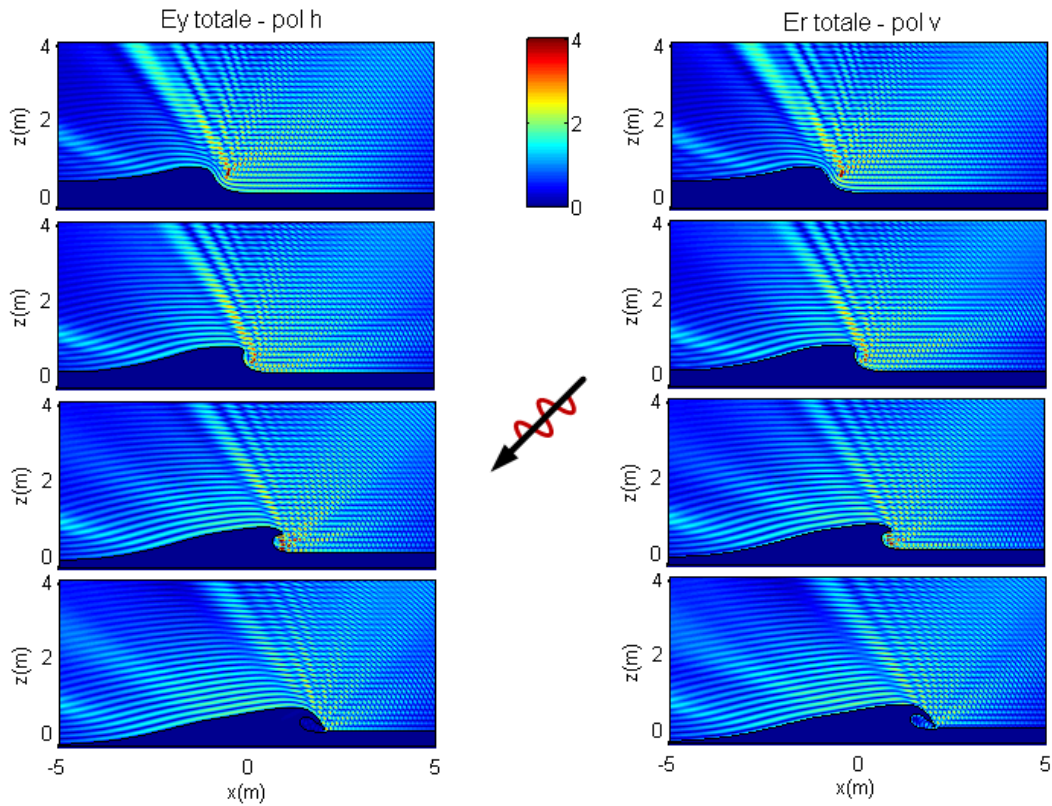


(b) Ondes totales : polarisations horizontale et verticale

 FIGURE 4.21: Ondes diffusées et ondes totales : déferlement plongeant, $\theta_i = 0^\circ$



(a) Ondes diffusées : polarisations horizontale et verticale



(b) Ondes totales : polarisations horizontale et verticale

FIGURE 4.22: Ondes diffusées et ondes totales : déferlement plongeant ; $\theta_i = 45^\circ$

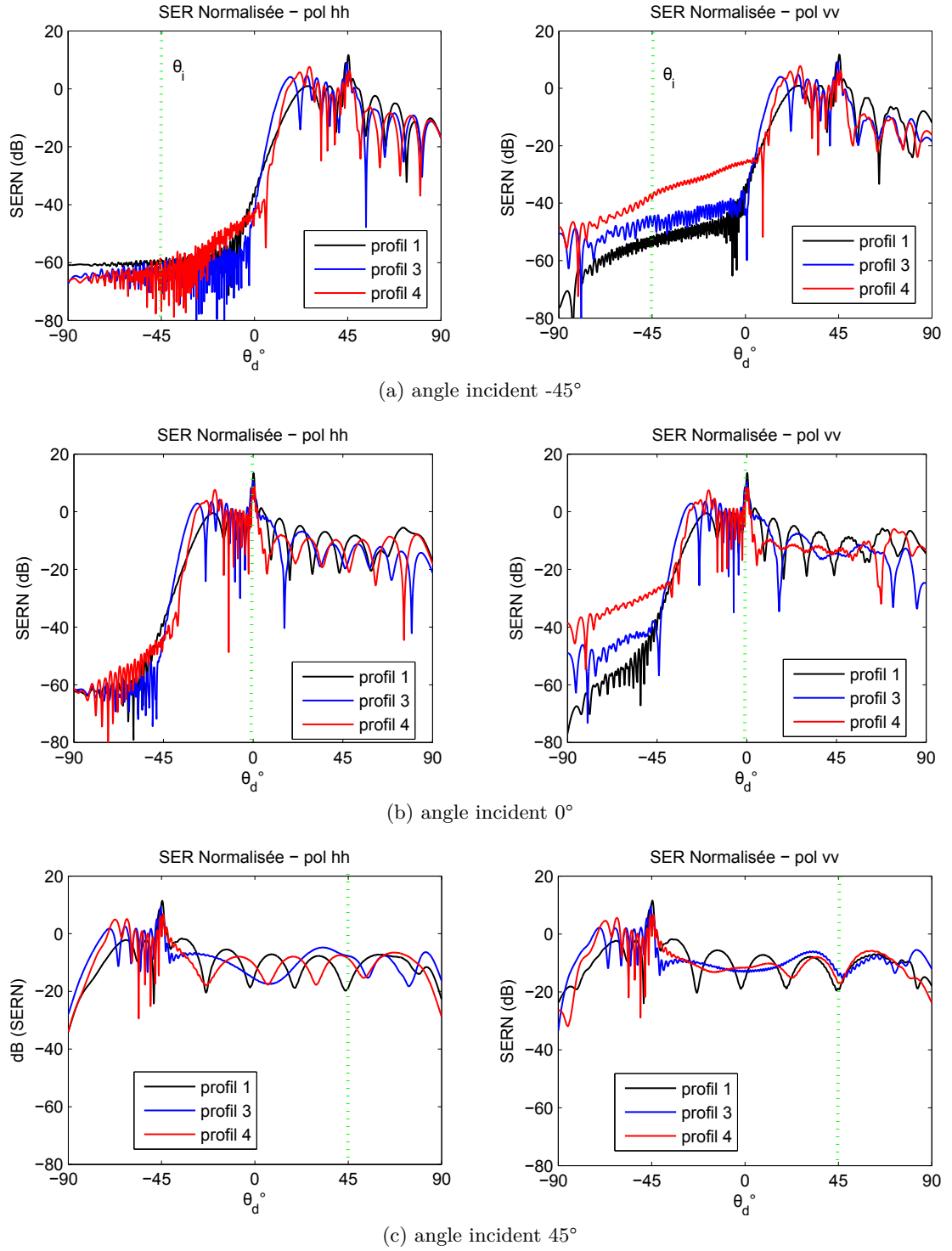


FIGURE 4.23: SER Normalisées : déferlement plongeant ; polarisations horizontale et verticale

4.2 Diffusion EM par les vagues déferlantes 3D

Comme nous l'avons évoqué, le modèle hydrodynamique de vagues déferlantes en 3D reste un défi pour les hydrodynamiciens. Cependant un modèle 2D ne suffit pas pour étudier le comportement des champs diffusés en polarisations croisées. Pour une étude préliminaire, nous pourrions construire une vagues 3D à partir du modèle 2D pour un cas particulier du déferlement plongeant (profil 3) qui est prolongé dans la direction \hat{y} en système de coordonnées cartésiennes (figure 4.24).

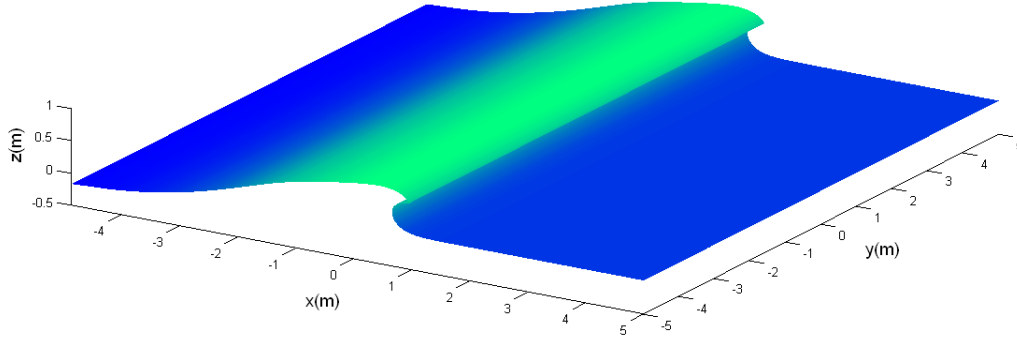


FIGURE 4.24: Profil 3D de la vague déferlante plongeante

Le champ diffusé est calculé pour une onde incidente avec $\theta_i = 45^\circ$ et $\phi_i = 20^\circ$. Il est important de signaler que la programmation informatique a été réalisée sur un simple PC sous le logiciel Matlab. Étant donné les contraintes liées à cet outil informatique, il est très difficile de réaliser une simulation avec la longueur d'onde que nous souhaitons (bande L de $\lambda = 20$ cm). Néanmoins, pour montrer la faisabilité du calcul, nous prenons une longueur d'onde plus grande ($\lambda = 1$ m). Les champs diffusés obtenus à la hauteur de 4 m au dessus de la surface sont représentés sur la figure (4.25) et les SERN sur la figure (4.26). Nous obtenons l'apparition des termes en polarisations croisées. Nous noterons tout de même que les termes en polarisations croisées restent petits par rapports à ceux en co-polarisations.

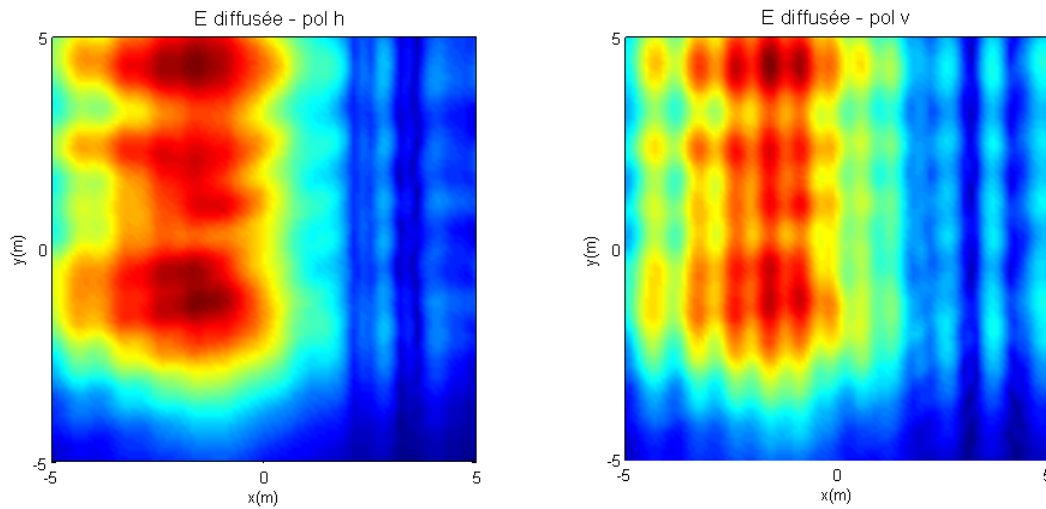


FIGURE 4.25: Ondes diffusés à la hauteur de 4 m au dessus de la surface de mer

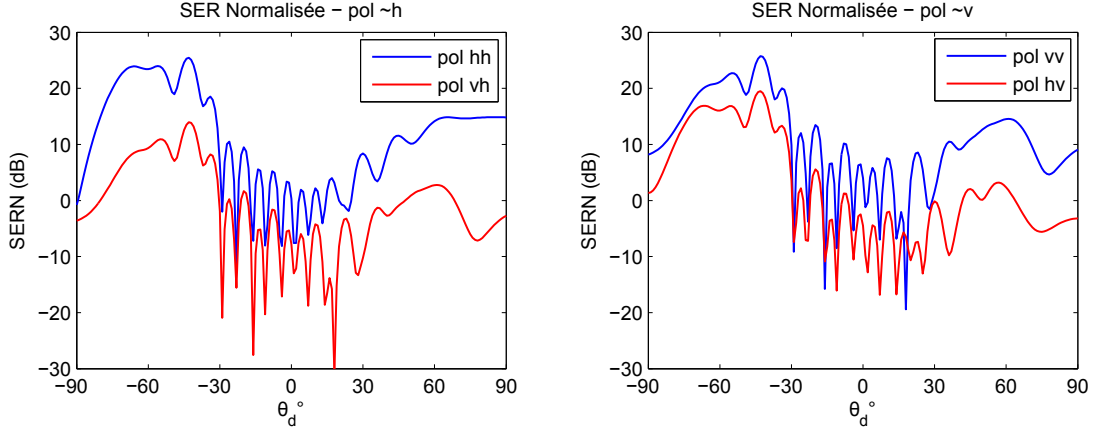


FIGURE 4.26: SER des vagues déferlantes 3D

4.3 Diffusion EM par une surface océanique (modèle spectral)

Bien que la diffusion par une surface de large océan n'est pas le but principal de notre travail, nous pouvons montrer que la méthode MdM-OS combinée avec le maillage *NURBS* est également réalisable dans cette application. Un exemple de profil de surface de mer de taille $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ est généré à partir du spectre d'Elfouhaily pour une vitesse du vent 3 m/s . Une onde incidente de longueur d'onde $\lambda = 1\text{ m}$ sous une incidence de $\theta_i = 0^\circ$ est envoyée sur cette surface. Nous calculons ensuite les SERN de cette surface afin de comparer l'utilisation de la méthode MoM-Classique et la méthode MdM-OS+*NURBS*.

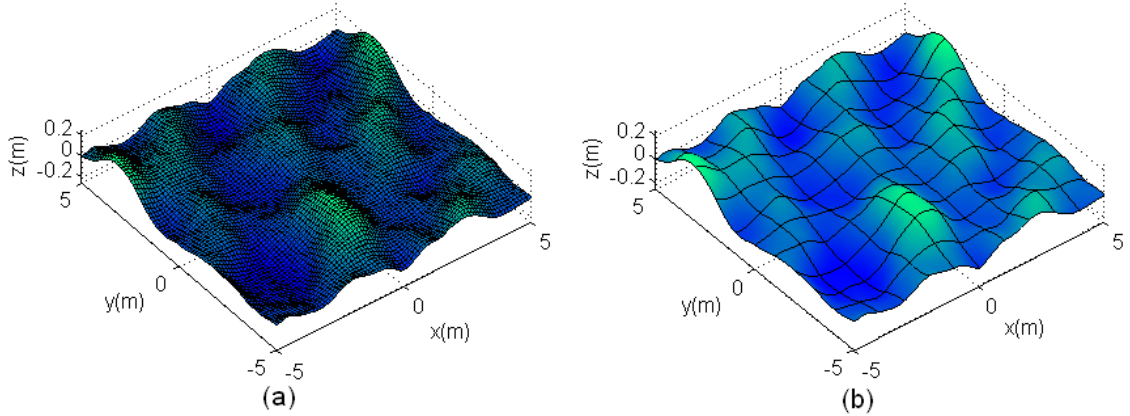


FIGURE 4.27: Surface de mer discrétisée par (a) 10.000 maillage linéaire (b) 100 NURBS

Pour utiliser la méthode MdM-Classique, la surface doit être discrétisée avec le pas standard $d = \lambda/10$. Avec ce pas, nous obtenons 10.000 sous-domaines pour cette surface ce qui signifie que nous avons un système matriciel de 10.000 inconnues. En utilisant la méthode MdM-Ordre Supérieur combinée avec le maillage *NURBS*, nous discrétisons la surface avec le pas λ ce qui donne 100 sous-domaines. Le nombre d'inconnues est déterminé par l'ordre de fonction de base et le nombre de sous-domaines. Nous prenons dans ce cas l'ordre $M = N = 1$ et $M = N = 2$. Pour le premier cas, nous avons 400 inconnues et pour le deuxième nous avons 900 inconnues. Nous remarquons qu'avec le nombre d'inconnues inférieur, nous pouvons approximer les SERN du système de la diffusion EM. Pour avoir un résultat plus précis, nous pouvons augmenter cet ordre.

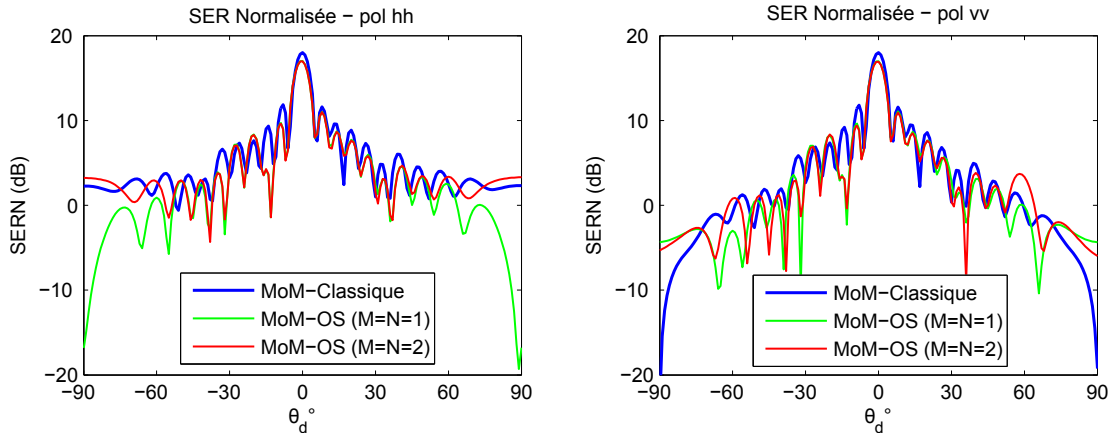


FIGURE 4.28: SER de la surface maritime

Malgré cet avantage promoteur, le calcul par la Mdm-Ordre Supérieur exige un temps de calcul élevé notamment dans la construction du système matriciel. Or, pour faire une étude statistique des SERN, nous devons générer plusieurs surfaces et répéter le processus de calcul. En outre, la technique de maillage *NURBS* ne permet pas de présenter les vagues capillaires. Nous pouvons donc dire que cette méthode n'est pas vraiment adaptée dans cette condition. L'utilisation des méthodes asymptotiques destinées pour le traitement de la diffusion EM par les maritimes (Approximation de Kirchhoff, Méthode des Petites Perturbations,...) semble plus pertinente.

4.4 Analyse temps-fréquence

Dans le projet *MOPS (Marine Opportunity Passive Systems)*, un appareil de mesure (antenne) est installé sur une hauteur de quelques mètres ($h \simeq 4$ m) au dessus de la surface de mer. Vu que les vagues se déplacent et se déforment avec une certaine vitesse, en mesurant les champs diffusés à chaque instant sur des points d'observation fixes, nous pouvons faire l'analyse temps-fréquence du signal reçu. La variation de la distribution du champ électromagnétique au cours du temps s'interprétera comme l'effet Doppler liée aux vagues.

Plusieurs méthodes d'analyse temps-fréquence sont envisageables. Parmi d'autres, nous pouvons citer la Transformée de Fourier à Court Terme, la Transformée en Ondelettes Continues et la Transformée de Wigner-Ville [150, 151]. La transformée de Wigner-Ville appliquée à l'étude du mouvement des vagues linéaires est utilisée par Megrehi [152] et nous adoptons cette transformée pour notre problématique.

Pour illustrer l'analyse temps-fréquence dans le cas des vagues côtières déferlantes, nous prenons le cas d'une vague déferlante plongeante. Une onde incidente est émise sous angle $\theta_i = 0^\circ$ sur cette vague. L'évolution des vagues est observée pendant 1,5 secondes. Nous discrétisons le temps sur le pas de 0.01 seconde et nous plaçons trois points d'observation comme le montre la figure (4.29).

Les champs diffusés sur trois points d'observation sont donnés dans la figure (4.30a) et l'analyse de temps-fréquence des champs diffusés sont représentés sur dans la figure (4.30b). Dans le premier cas, la vague s'éloigne du point d'observation ce qui donne une fréquence négative de l'effet Doppler. Pour le deuxième cas, dans un premier temps le vague se rapproche du point d'observation et puis s'éloigne. Nous observons l'évolution dans le plan temps-fréquence positive ensuite négative. Pour le dernier cas, la vague se rapproche du point d'observation qui donne uniquement la fréquence Doppler positive.

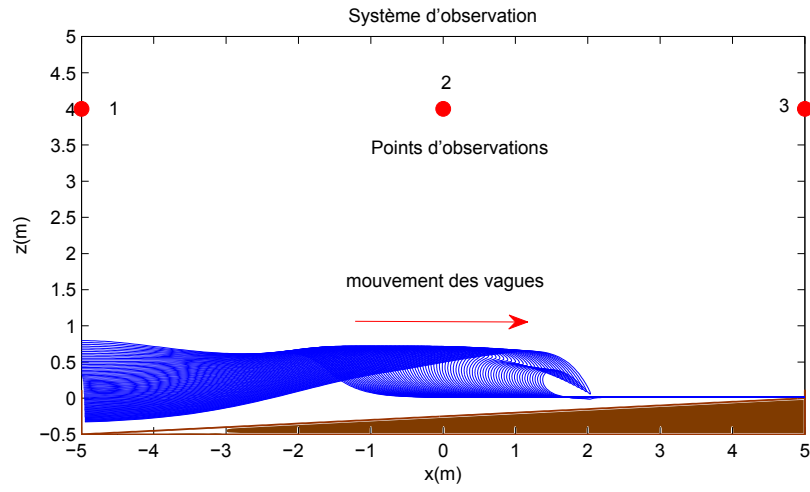


FIGURE 4.29: Configuration d'observation pour l'analyse temps-fréquence

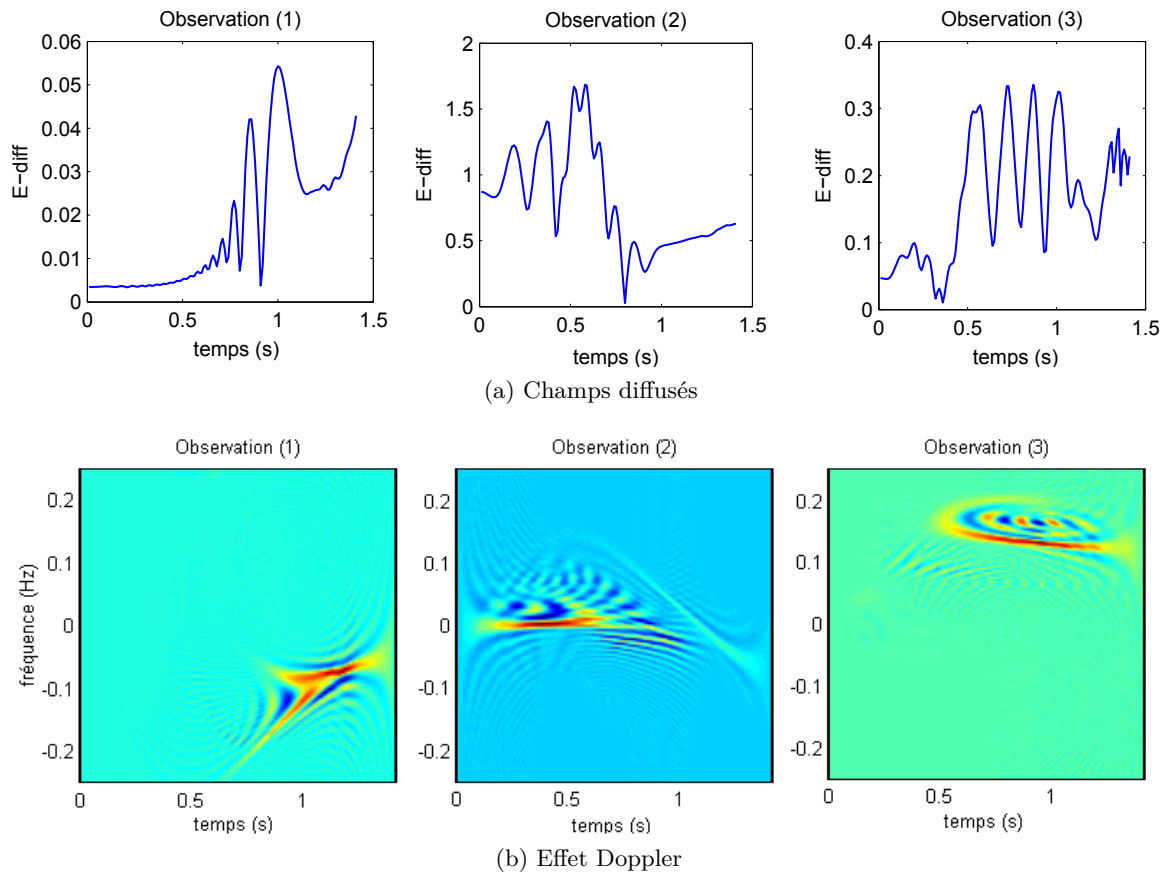


FIGURE 4.30: Champs diffusés et l'effet Doppler sur trois points d'observation

Vu que les vagues côtières déferlantes ne se caractérisent pas seulement par leur mouvement mais aussi par leur déformation, l'analyse temps-fréquences dans ce cas révèle un certain niveau de complexité qui rend difficile une interprétation directe. Une étude plus profonde est nécessaire pour tirer des informations complètes sur la nature les caractéristique de vagues.

4.5 Conclusion

Les simulations numériques réalisées dans ce chapitre nous permettent de tirer les informations concernant le comportement des champs électromagnétiques diffusés par les vagues côtières déferlantes en mouvement. Trois types de déferlement standard (gonflant, glissant, plongeant) donnent les signatures électromagnétiques qui sont liées à leur mouvement et leur déformation. Le déferlement gonflant a une forme plutôt lisse. La diffusion électromagnétique par ce type de déferlement est influencée uniquement par la forme convexe et concave de la surface. Le déferlement glissant, caractérisés par une crête pointue, provoque le phénomène de la diffraction d'onde dans toutes les directions. Le déferlement plongeant, en plus du phénomène de la diffraction par une crête, contient également une cavité qui provoque une concentration des champs de diffusion dans cette région. Avec la théorie de rayons, nous pouvons expliquer ce phénomène par une réflexion multiple.

En faisant varier les angles d'incidents (-45° , 0° , 45°) et les polarisations (horizontale et verticale), nous pouvons noter que l'angle 45° sous lequel une onde incidente est émise sur la « face » des vagues est le meilleur angle pour tirer l'information sur la forme de déferlement. Quant au point d'observation, nous pouvons noter que l'angle proche de l'angle rasant est plus informatif.

Nous avons également montré l'application de la méthode MdM-Ordre Supérieur combinée avec le maillage *NURBS* dans le cas d'une surface maritime générée à partir du modèle de spectre de mer. A la fin du chapitre, nous avons effectué une analyse temps-fréquence du signal reçu suite à la diffusion de l'onde électromagnétique sur la vague déferlante plongeante.

Conclusion générale

L'objectif global de ce travail de thèse était de modéliser de façon précise l'interaction des ondes électromagnétique en bande L avec les vagues côtières déferlantes et ceci pour un observateur situé à proximité de la surface. Pour atteindre cet objectif, nous avons effectué les démarches scientifiques traduites par les quatre chapitres de ce manuscrit.

Nous avons commencé notre démarche en étudiant d'une manière générale les problématiques du rayonnement et de la diffusion électromagnétiques. L'idée était en premier lieu de déterminer une approche méthodologique capable de simuler correctement les champs électromagnétiques diffusés par une surface LHI (Linéaire-Homogène-Isotrope) en générale et une surface de mer en particulier. Nous avons comparé trois grandes familles de méthodes : analytiques, asymptotiques et numériques. Chaque méthode a ses avantages et ses limites. Les méthodes analytiques donnent les résultats exacts de la problématique traitée, mais elles sont applicables uniquement pour le cas des diffuseurs présentant une forme canonique simple. Les méthodes asymptotiques sont plus adaptables pour le problème en champ lointain. Enfin les méthodes numériques sont valables pour les cas de champ proche et champ lointain. Cependant, elles sont très coûteuses au niveau du temps de calcul. Pour notre application qui se place dans le cas de champ proche, nous avons retenu une méthode numérique, plus précisément la technique intégrale de frontière discrétisée par la Méthode des Moments (Mdm).

Dans l'étape suivante, nous avons discuté la Méthode des Moments avec ses variantes. Le choix des fonctions de base et de test ainsi que la technique de maillage ont été étudiés en détail. C'est ainsi que nous avons pu mettre en évidence que la méthode Mdm-Ordre Supérieur, en particulier lorsqu'elle est combinée avec une modélisation géométrique de type *NURBS* (Mdm-OS+*NURBS*) présentait de réelles améliorations en comparaison avec des approches de type Mdm-Classique. En effet, l'utilisation des polynômes d'ordre élevé en tant que fonctions de base et de test permet de franchir le pas de discrétisation standard $\lambda/10$ imposé par la méthode Mdm-Classique. Le maillage *NURBS* permet de présenter la surface correctement même si elle présente une forme géométrique très courbée. Nous avons ensuite appliqué la méthode Mdm pour modéliser la diffusion EM par des objets canoniques et aussi par des surfaces rugueuses. Pour cette dernière application, nous avons insisté sur l'importance de l'utilisation de l'onde incidente conique dans la modélisation pour éviter les effets de bord qui sont dus à la troncation de la surface traitée.

L'étape suivante a été l'occasion de montrer comment il était possible de générer de façon réaliste des surfaces déterministes correspondant à un état de mer donné. L'approche la plus répandue est de générer ces surfaces de mer en s'appuyant sur les expressions statistiques du spectre de mer. Cependant, il est clair que ces approches ne traduisent que des configurations où les hypothèses de linéarité sont extrêmement fortes. Dans le contexte côtier qui est le sujet principal de cette thèse, nous avons dû introduire des outils de simulation de surfaces de mer impliquant une description hydrodynamique explicite. Plus précisément, il a été montré que la modélisation hydrodynamique basée sur la Méthode Desingularisée combinée avec la transformation conforme constituait une approche pertinente pour simuler les vagues côtières déferlantes. Nous avons vu que ce modèle était en mesure de relier la géométrie et la dyna-

mique des vagues à la nature bathymétrique du fond marin, la hauteur relative ainsi que la cambrure des vagues. Ainsi nous avons conçu trois types de déferlement standard susceptibles de donner des informations particulières sur les champs diffusés.

Les modèles physiques, d'une part en diffusion électromagnétique et d'autre part en hydrodynamique des vagues ayant été décrits, la dernière étape de cette thèse consistait à mettre en œuvre l'association de ces modèles et de constituer ainsi un outil de simulation global répondant à notre problématique. Nous avons simulé l'interaction des ondes électromagnétiques avec trois types de déferlement : gonflant, glissant et plongeant.

Les résultats de simulation ont montrés que les champs diffusés par chaque type de déferlement sont liés directement à la déformation des vagues. Les vagues déferlantes gonflantes donnent la signature électromagnétique qui est influencée uniquement par la forme concave des vagues. Les vagues déferlantes glissantes sont également caractérisées par ses crêtes. Enfin les vagues déferlantes plongeantes sont déterminées par deux facteurs précédents plus la cavité des vagues. Nous avons ainsi remarqué que l'angle incident de 45° avec l'angle de diffusion compris entre 45° et 90° est la meilleure configuration pour distinguer les champs diffusés par ces trois types de déferlement. Nous avons également constaté que le champ incident en bande L est en mesure de suivre le mouvement et la déformation des vagues déferlantes.

Limites et Perspectives

Notre intention premier a été de démontrer la pertinence de notre outil de simulation global (hydrodynamique + électromagnétique). Le travail de thèse n'a que très peu porté sur l'optimisation algorithmique et le développement informatique sur des systèmes de calcul performants. L'utilisation d'un simple PC et du logiciel Matlab furent nos seuls outils de simulations numériques. C'est pourquoi, nous avons rencontré beaucoup de limitations pour réaliser différentes simulations.

Les limites principales rencontrées avec la méthode numérique concernent la taille de la mémoire et le temps de calcul exigés. Concernant la méthode de calcul du champ diffusé, la méthode MDM-OS combinée avec le maillage *NURBS* peut prendre beaucoup de temps de calcul pour renseigner les matrices du système linéaire. Quant au calcul hydrodynamique par le code *FSID*, nous nous sommes contentés de prendre un réservoir de largeur de 10 mètres. Or, pour faire une étude plus réaliste du mouvement des vagues il est important de simuler une surface plus large. Par ailleurs, ces limites techniques ne nous ont permis de donner que des résultats préliminaires dans le contexte 3D. On notera par ailleurs que pour le calcul en dimension 3, le modèle hydrodynamique a été simplifié (extrapolation du modèle 2D).

Nous pensons que les approches présentées dans ce manuscrit pourraient faire l'objet de développements complémentaires quant au déploiement sur des moyens de calculs intensifs et en particulier à l'utilisation de techniques de parallélisation. Dans un prochain travail, les estimations du coût de calcul et de vitesse de simulation seraient dans ce contexte complètement à revoir.

Quoi qu'il en soit, les simulations présentées ont d'ores et déjà montré que ce travail de thèse pouvait donner lieu à plusieurs études futures notamment dans le domaine de l'analyse temps-fréquence des signatures électromagnétiques.

Annexes

ANNEXE A

Systèmes de coordonnées et d'observation

Système de coordonnées

Les systèmes de coordonnées utilisés dans l'ensemble du manuscrit sont montrés dans la figure ci-dessous.

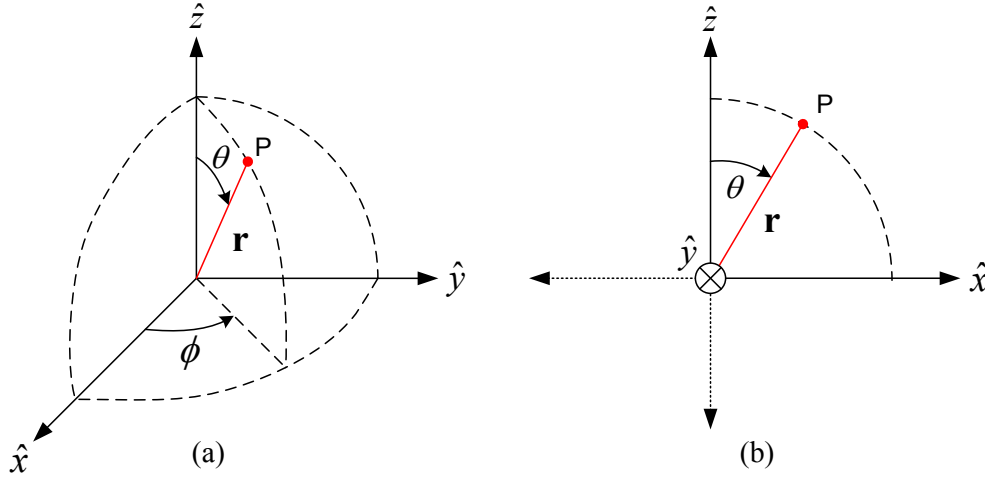


FIGURE A.1: Système de coordonnées (a) modèle 3D (b) modèle 2D

Pour le modèle 3D, les champs sont présentés dans les systèmes de coordonnées cartésiennes $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ ou sphériques $(\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\phi})$. Ils sont liés par les relations suivantes :

$$\hat{r} = \sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z} \quad (\text{A.1})$$

$$\hat{\phi} = -\sin \phi \hat{x} + \cos \phi \hat{y} \quad (\text{A.2})$$

$$\hat{\theta} = \cos \theta \cos \phi \hat{x} + \cos \theta \sin \phi \hat{y} - \sin \theta \hat{z} \quad (\text{A.3})$$

En considérant que les champs sont invariables dans la directions de (\hat{y}) , le modèle peut être simplifié au système 2D présenté dans les systèmes de coordonnées cartésiennes (\hat{x}, \hat{z}) ou polaires $(\hat{r}, \hat{\theta})$. Ils sont liés par :

$$\hat{r} = \sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{z} \quad (\text{A.4})$$

$$\hat{\phi} = \hat{y} \quad (\text{A.5})$$

$$\hat{\theta} = \cos \theta \hat{x} - \sin \theta \hat{z} \quad (\text{A.6})$$

Système d'observation

Le repère géométrique utilisé pour représenter le système d'observation de la diffusion électromagnétique est montré dans la figure (A.2)

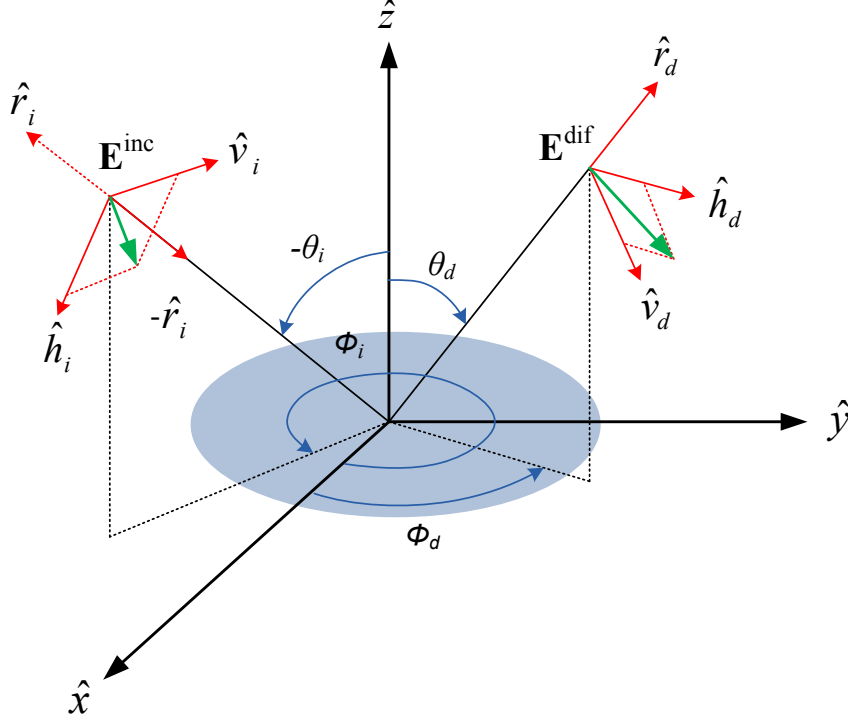


FIGURE A.2: Repère géométrique du système d'observation de la diffusion EM

Nous considérons que les champs incident et diffusé ont le même repère selon le système de coordonnées utilisé. Plus précisément, les composantes de polarisation pour onde incidente sont :

$$\hat{r}_i = \sin \theta_i \cos \phi_i \hat{x} + \sin \theta_i \sin \phi_i \hat{y} + \cos \theta_i \hat{z} \quad (\text{A.7})$$

$$\hat{h}_i = -\sin \phi_i \hat{x} + \cos \phi_i \hat{y} \quad (\text{A.8})$$

$$\hat{v}_i = \cos \theta_i \cos \phi_i \hat{x} + \cos \theta_i \sin \phi_i \hat{y} - \sin \theta_i \hat{z} \quad (\text{A.9})$$

et les composantes de polarisation pour onde diffusées sont :

$$\hat{r}_d = \sin \theta_d \cos \phi_d \hat{x} + \sin \theta_d \sin \phi_d \hat{y} + \cos \theta_d \hat{z} \quad (\text{A.10})$$

$$\hat{h}_d = -\sin \phi_d \hat{x} + \cos \phi_d \hat{y} \quad (\text{A.11})$$

$$\hat{v}_d = \cos \theta_d \cos \phi_d \hat{x} + \cos \theta_d \sin \phi_d \hat{y} - \sin \theta_d \hat{z} \quad (\text{A.12})$$

Pour une observation des cibles de taille fini, nous définissons les angles sur les intervalles : $-180^\circ \leq \theta_i, \theta_d \leq 180^\circ$ et $0^\circ \leq \phi_i, \phi_d \leq 360^\circ$. Dans le cas de l'observation par une surface infinie, nous prenons les angles sur les intervalles $-90^\circ \leq \theta_i, \theta_d \leq 90^\circ$ et $0^\circ \leq \phi_i, \phi_d \leq 360^\circ$.

ANNEXE B

Rappels mathématiques

B.1 Analyse vectorielle

L'analyse vectorielle est une branche mathématique qui étudie les champs de scalaires et de vecteurs. Celle-ci est un outil important dans l'étude physique en générale et en électromagnétisme en particulier. Ici nous présentons les notions des base ainsi que les relations et les théorèmes importants dans le cadre du présent travail en système de coordonnées cartésiennes (avec la base de vecteur unité : $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$). Nous désignons f et g comme les nombres scalaires ainsi que \mathbf{F} et \mathbf{G} comme les vecteurs.

1. Opérateur de base

- Nabla

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z} \quad (\text{B.1})$$

- Gradient

$$\nabla f = \text{grad } f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z} \quad (\text{B.2})$$

- Divergence

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \text{div } \mathbf{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} \quad (\text{B.3})$$

- Rotationnel

$$\nabla \times \mathbf{F} = \text{rot } \mathbf{F} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} + \left(\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z} \quad (\text{B.4})$$

- Laplacien

$$\Delta f = \nabla^2 f = \text{div grad } f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad (\text{B.5})$$

- Laplacien vectoriel

$$\tilde{\Delta} \mathbf{F} = (\Delta F_x) \hat{x} + (\Delta F_y) \hat{y} + (\Delta F_z) \hat{z} \quad (\text{B.6})$$

2. Relations importantes

$$\begin{aligned}
 \nabla \times \nabla f &= 0 \\
 \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{F}) &= 0 \\
 \nabla \times (\nabla \times \mathbf{F}) &= \nabla (\nabla \cdot \mathbf{F}) - \tilde{\Delta} \mathbf{F} \\
 \nabla \cdot (f \mathbf{F}) &= f \nabla \cdot \mathbf{F} + \mathbf{F} \cdot \nabla f \\
 \nabla \times (f \mathbf{F}) &= f \nabla \times \mathbf{F} + \nabla f \times \mathbf{F} \\
 \nabla (\mathbf{F} \cdot \mathbf{G}) &= \mathbf{F} \times (\nabla \times \mathbf{G}) + \mathbf{G} \times (\nabla \times \mathbf{F}) + (\mathbf{F} \cdot \nabla) \mathbf{G} + (\mathbf{G} \cdot \nabla) \mathbf{F} \quad (\text{B.7}) \\
 \nabla \cdot (\mathbf{F} \times \mathbf{G}) &= \mathbf{G} \cdot (\nabla \times \mathbf{F}) - \mathbf{F} \cdot (\nabla \times \mathbf{G}) \\
 \nabla \times (\mathbf{F} \times \mathbf{G}) &= \mathbf{F} (\nabla \cdot \mathbf{G}) - \mathbf{G} (\nabla \cdot \mathbf{F}) + (\mathbf{G} \cdot \nabla) \mathbf{F} - (\mathbf{F} \cdot \nabla) \mathbf{G} \\
 \Delta (fg) &= f \Delta g + 2 \nabla f \cdot \nabla g + g \Delta f \\
 \Delta (f \mathbf{F}) &= f \tilde{\Delta} \mathbf{F} + 2 (\nabla f \cdot \nabla) \mathbf{F} + \mathbf{F} \Delta f
 \end{aligned}$$

3. Théorèmes

- Théorème de la divergence (Ostrogradski)

$$\int_v \nabla \cdot \mathbf{F} dv = \int_s \mathbf{F} \cdot \hat{n} ds \quad (\text{B.8})$$

- Formule du gradient

$$\int_v \nabla f dv = \int_s f \hat{n} ds \quad (\text{B.9})$$

- Formule du rotationnel

$$\int_v \nabla \times \mathbf{F} dv = \int_s \hat{n} \times \mathbf{F} ds \quad (\text{B.10})$$

- Théorème de Green

$$\int_v (f \Delta g - g \Delta f) dv = \int_s (a \nabla b - b \nabla a) \cdot \hat{n} ds \quad (\text{B.11})$$

- Théorème de Stokes

$$\int_l \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_s (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \hat{n} ds \quad (\text{B.12})$$

B.2 Analyse fonctionnelle

L'analyse fonctionnelle est une branche des mathématiques qui étudie et classe des fonctions en « espaces fonctionnels » [153]. L'un des espaces de base le plus important est l'espace de Banach, défini comme l'espace vectoriel muni d'une « norme » complet sur le corps des nombres réels \mathbb{R} ou complexes \mathbb{C} [154].

Historiquement, la « norme » est un terme pour mesurer la « grandeur » d'un nombre ou d'une fonction. Lorsque nous travaillons avec un seul nombre réel ou complexe, il n'y a pas d'ambiguïté que la norme en question est la valeur absolue de ces nombres. Cependant, lorsque nous travaillons sur un ensemble de nombres ou de fonctions, le terme de la grandeur ne suffit plus pour définir une fonction. Les questions comme l'intégrabilité, la dérivabilité, la continuité etc sont définies sous la norme adoptée.

En définissant plusieurs normes différentes, nous pouvons définir l'espace de Banach sur plusieurs sous-espaces. Les sous-espaces qui nous intéressent sont les espaces de Lebesgue, Continu et de Sobolev.

Espace de Lebesgue (L^p) - Fonction intégrable

Soit $\mathbf{f} : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ (une fonction \mathbf{f} définie dans l'intervalle de $[-1, 1]$ et qui a pour valeur dans \mathbb{R}), l'espace de Lebesgue est défini comme l'ensemble de fonctions mené de la norme suivante :

$$\|\mathbf{f}\|_{L^p([-1,1])} := \left(\int_{-1}^1 |\mathbf{f}(x)|^p dx \right)^{1/p} \quad (\text{B.13})$$

avec $1 \leq p < \infty$. C'est un espace de fonctions intégrables. Les familles d'espace les plus utilisées sont l'espace L^2 et l'espace L^∞ , menés respectivement dans les normes $\|\mathbf{f}\|_{L^2}$ et $\|\mathbf{f}\|_{L^\infty}$.

Espace Continu (C^s) - Fonction dérivable

L'espace continu C^s est défini comme l'ensemble de fonctions dérivables jusqu'à l'ordre s et muni de la norme suivante :

$$\begin{aligned} \|\mathbf{f}\|_{C^s([-1,1])} : &= \|\mathbf{f}\|_{L^\infty([-1,1])} + \left\| \frac{d\mathbf{f}}{dx} \right\|_{L^\infty([-1,1])} + \cdots + \left\| \frac{d^s \mathbf{f}}{dx^s} \right\|_{L^\infty([-1,1])} \\ : &= \sum_{k=0}^s \left\| \frac{d^k \mathbf{f}}{dx^k} \right\|_{L^\infty([-1,1])} \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

avec $0 \leq s < \infty$. Il est évident que l'espace C^0 est le même que l'espace L^∞ .

Espace Sobolev ($W^{s,p}$) - Fonction intégrable et dérivable

L'espace Sobolev $W^{s,p}$ réunit les caractéristiques de l'espace de Lebesgue et celles de l'espace Continu. Autrement dit, c'est l'espace de fonctions intégrables-dérivables [155]. La norme de l'espace Sobolev est défini par :

$$\|\mathbf{f}\|_{W^{s,p}([-1,1])} = \sum_{k=0}^s \left\| \frac{d^k \mathbf{f}}{dx^k} \right\|_{L^p([-1,1])} \quad (\text{B.15})$$

De façon plus simple, Terence Tao¹ a essayé de classier les espaces fonctionnels dans un diagramme [156]. Le premier désigne « l'intégrabilité » et le deuxième axe désigne « la régularité ». En adoptons cette démarche, nous mettons dans la figure (B.1) les espace qui nous intéressent. Dans l'étude de la Méthode des Moments, les espaces marqués par la couleur verte (espace $\mathbf{W}^{0,2}$ et $\mathbf{W}^{1,2}$) sont utilisés dans le choix de fonctions de base et de test.

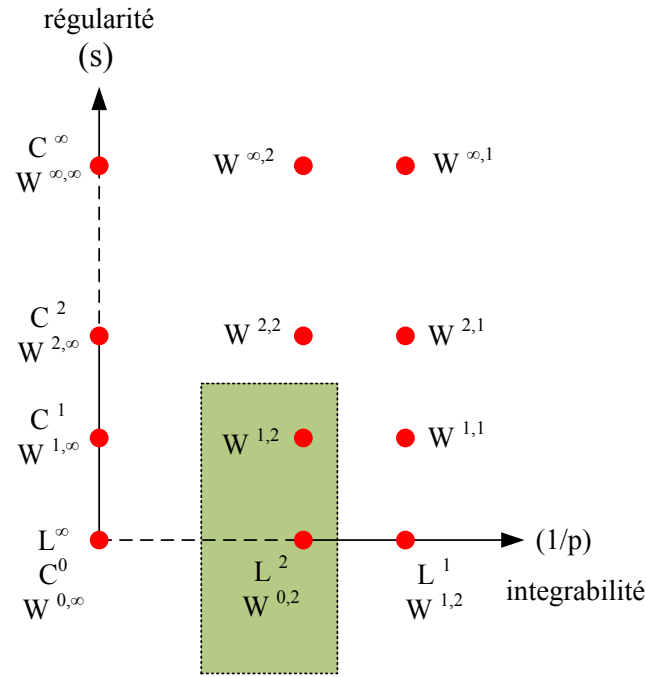


FIGURE B.1: Espaces fonctionnels selon l'intégrabilité et la régularité des fonctions

1. Terence Tao est mathématicien australien qui a reçu la médaille Field en 2006

B.3 Intégration numérique

Soit une fonction continue $f(x)$ définie dans un intervalle borné $[a, b]$, l'intégration de cette fonction est interprétée comme l'aire² du domaine délimité par la courbe représentative de la fonction $f(x)$, l'axe des abscisses et les droites d'abscisses a et b . La figure B.2 décrit ce principe.

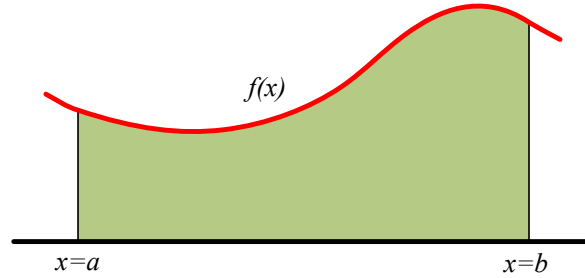


FIGURE B.2: Principe de l'intégration

Pour calculer numériquement la valeur de cette intégrale, ce qu'on appelle souvent « quadrature numérique », nous suivons les démarches suivantes : 1) la décomposition du domaine en morceau, 2) l'intégration approchée de la fonction sur chaque morceau, 3) la « sommation de résultat ». Cette démarche peut être résumée par l'équation suivante :

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{n=1}^N w_n f_n \quad (\text{B.16})$$

où $n(1 : N)$ est le nombre de morceau, f_n et w_n sont respectivement la valeur de la fonction et la fonction de pondération sur le morceau n .

Il existe plusieurs techniques d'intégration par morceau. La plupart de ces techniques évaluent la décomposition selon l'abscisse de la fonction (axe x). Nous présentons deux familles de ces technique : Newton-Cotes et Gauss.

Technique de quadrature de Newton-Cotes

Cette technique consiste à choisir les points d'abscisse régulier. Nous pouvons citer les méthodes : point milieu, trapèze, Simpson, Bode etc. Dans la figure (B.3), nous présentons le principe de la méthode du point milieu. Dans cette méthode, la fonction de pondération est le pas de discrétisation de l'abscisse $w_n = dx$ qui est une constante.

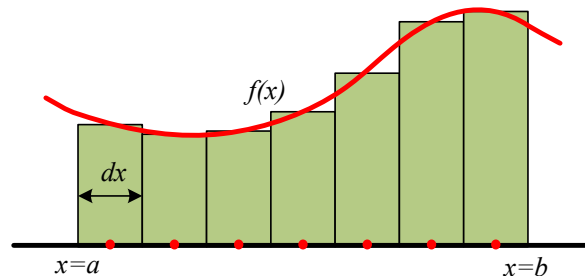


FIGURE B.3: Intégration par la méthode du point milieu

2. Par le même principe, l'intégration de système 2D est interprétée comme un volume et ainsi de suite

Techniques de quadrature de Gauss

Contrairement à la technique précédente, dans la technique de quadrature de Gauss, les points d'abscisses sont irréguliers. Le pas de discrétisation devient de plus en plus petit sur l'extrémité et répartie de façon gaussienne. Cette technique est la meilleure à adapter pour intégrer une fonction contenant les polynômes. Parmi les variantes de cette technique, nous pouvons citer : Gauss-Legendre, Gauss-Jacobi, Gauss-Lobato etc. Nous présentons le principe de Gauss-Legendre dans la figure (B.4).

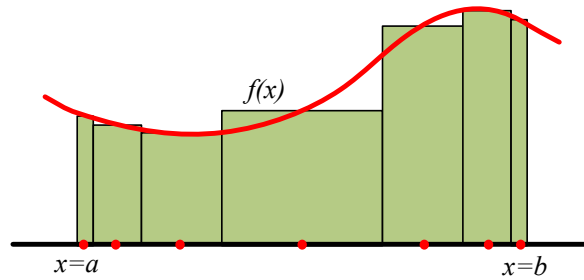


FIGURE B.4: Intégration par la méthode Gauss-Legendre

Les abscisses ainsi que les valeurs de pondération pour les trois premières valeurs de n (nombre de morceau) pour un intervalle $[-1, 1]$ sont donnés dans le tableau suivant :

morceau (n)	abscisse (x_n)	pondération (w_n)
1	0	2
2	0	1,1
3	$-\sqrt{3/5}, 0, \sqrt{3/5}$	$5/9, 8/9, 5/9$

TABLE B.1: Les abscisses et les pondérations de la méthode de Gauss-Legendre

Dans le présent travail, la technique de point milieu a été utilisée pour calculer l'intégration dans le développement de l'onde incidente (faisceau gaussien). Cependant pour l'intégration dans le développement des systèmes matriciels linéaires par la Méthode des Moments, nous avons adopté l'intégration Gauss-Legendre pour minimiser le nombre de points.

ANNEXE C

Systèmes matriciels - MdM

C.1 Construction des systèmes matriciels linéaires

L'Équation Intégrale du Champ Électrique (EICE) et l'Équation Intégrale du Champ Magnétique (EICM) présentant le problème de la diffusion électromagnétique sont discrétisées avec la Méthode des Moments (MoM) pour construire la forme matriciel linéaire.

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{Z}_{ab} \mathbf{I}_b$$

La conversion de ces équations en système matriciel linéaire est effectuée en utilisant les fonctions de base \mathbb{B} et les fonctions de test \mathbb{T} . Pour garder toute la généralité, nous ne présentons pas une fonction de base et de test particulières dans notre formulation, cela peut être les fonctions de base d'ordre inférieur (MdM-Classique) ou d'ordre Supérieur (MdM-OS). Nous monterons uniquement le développement de système linéaire pour un matériau conducteur électrique parfait. La similitude de la forme des équations intégrales nous permet de construire le système linéaire pour un matériau diélectrique.

Modèle 2D

EICE en polarisation horizontale

L'EICE pour la polarisation horizontale est donnée par :

$$\mathbf{E}_y^{inc}(\mathbf{r}) = i\omega\mu_A \int \mathbf{J}_y(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (\text{C.1})$$

Le courant est mis sous forme de la somme de fonctions de base $\mathbb{B}_b(\mathbf{r}')$:

$$\mathbf{J}_y(\mathbf{r}') = \sum_{b=1}^N \mathbf{I}_b \mathbb{B}_b(\mathbf{r}') \hat{y} \quad (\text{C.2})$$

En introduisant la fonction de test $\mathbb{T}_a(\mathbf{r})$, on peut mettre l'équation sous forme matricielle avec les éléments \mathbf{V}_a et \mathbf{Z}_{ab} du système :

$$\mathbf{V}_a = \int [\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \hat{y}] \cdot \mathbf{E}_y^{inc}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (\text{C.3})$$

$$\mathbf{Z}_{ab} = i\omega\mu_A \int [\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \hat{y}] \cdot \int [\mathbb{B}_b(\mathbf{r}') \hat{y}] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \quad (\text{C.4})$$

EICE en polarisation verticale

L'EICE pour la polarisation verticale est donnée par :

$$\mathbf{E}_t^{inc}(\mathbf{r}) = i\omega\mu_A \int \mathbf{J}_t(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' + \frac{1}{i\omega\epsilon_A} \nabla \int [\nabla' \cdot \mathbf{J}_t(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (\text{C.5})$$

Le courant ainsi que l'onde incidente sont de la forme vectorielle. Nous devons factoriser les fonctions de base et de test avec les plan tangents sur la surface. Le courant est défini par :

$$\mathbf{J}_t(\mathbf{r}') = \sum_{b=1}^B \mathbf{I}_b \mathbb{B}_b(\mathbf{r}') \hat{t}(\mathbf{r}') \quad (\text{C.6})$$

Les éléments \mathbf{V}_a et \mathbf{Z}_{ab} dans le système linéaire sont :

$$\mathbf{V}_a = \int [\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \hat{t}(\mathbf{r})] \cdot \mathbf{E}_t^{inc}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (\text{C.7})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{ab} = & i\omega\mu_A \int [\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \hat{t}(\mathbf{r})] \cdot \int [\mathbb{B}_b(\mathbf{r}') \hat{t}(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} + \\ & \frac{1}{i\omega\epsilon_A} \int \nabla \cdot [\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \hat{t}(\mathbf{r})] \cdot \int \nabla' \cdot [\mathbb{B}_b(\mathbf{r}') \hat{t}(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

EICM en polarisation horizontale

L'EICM pour la polarisation horizontale est donnée par :

$$\mathbf{H}_t^{inc}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{J}_y(\mathbf{r})}{2} - \int \mathbf{J}_y(\mathbf{r}') [\hat{n}(\mathbf{r}') \cdot \nabla' G_A(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] d\mathbf{r}' \quad (\text{C.9})$$

Le courant est développé dans la fonction de base sous la forme :

$$\mathbf{J}_y(\mathbf{r}') = \sum_{n=1}^N \mathbf{I}_n \mathbb{B}_n(\mathbf{r}') \hat{y} \quad (\text{C.10})$$

Les éléments \mathbf{V}_a et \mathbf{Z}_{ab} du système linéaire sont :

$$\mathbf{V}_a = \int [\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \hat{t}(\mathbf{r})] \cdot \mathbf{H}_t^{inc}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (\text{C.11})$$

$$\mathbf{Z}_{ab} = \begin{cases} -0.5 \int [\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \hat{y}] \cdot [\mathbb{B}_b(\mathbf{r}) \hat{y}] d\mathbf{r} & \text{si } \mathbf{r} = \mathbf{r}' \\ \int [\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \hat{y}] \int [\mathbb{B}_b(\mathbf{r}') \hat{y}] [\hat{n}(\mathbf{r}') \cdot \nabla' G_A(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] d\mathbf{r}' d\mathbf{r} & \text{si } \mathbf{r} \neq \mathbf{r}' \end{cases} \quad (\text{C.12})$$

EICM en polarisation verticale

L'EICM pour la polarisation verticale est donnée par :

$$\mathbf{H}_y^{inc}(\mathbf{r}) = -\frac{\mathbf{J}_t(\mathbf{r})}{2} + \int \mathbf{J}_t(\mathbf{r}') [\hat{n}(\mathbf{r}') \cdot \nabla' G_A(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] d\mathbf{r}' \quad (\text{C.13})$$

Le courant est développé dans la fonction de base sur le plan tangent :

$$\mathbf{J}_t(\mathbf{r}') = \sum_{n=1}^N \mathbf{I}_b \mathbb{B}_b(\mathbf{r}') \hat{t}(\mathbf{r}') \quad (\text{C.14})$$

Le système linéaire \mathbf{V}_a et \mathbf{Z}_b est donné par

$$\mathbf{V}_a = \int [\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \hat{g}] \mathbf{H}_y^{inc}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (\text{C.15})$$

$$\mathbf{Z}_{ab} = \begin{cases} -0.5 \int [\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \hat{t}(\mathbf{r})] [\mathbb{B}_b(\mathbf{r}) \hat{t}(\mathbf{r})] d\mathbf{r} & \text{si } \mathbf{r} = \mathbf{r}' \\ \int [\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \hat{t}(\mathbf{r})] \int [\mathbb{B}_b(\mathbf{r}') \hat{t}(\mathbf{r}')] [\hat{n}(\mathbf{r}') \cdot \nabla' G_A(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] d\mathbf{r}' d\mathbf{r} & \text{si } \mathbf{r} \neq \mathbf{r}' \end{cases} \quad (\text{C.16})$$

Modèle 3D

EICE

L'EICE pour le problème physique 3D est donnée par :

$$\begin{aligned} \hat{n} \times \mathbf{E}^{inc}(\mathbf{r}) &= \hat{n} \times \left[i\omega\mu_A \int \mathbf{J}_s(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{i\omega\epsilon_A} \nabla \int [\nabla' \cdot \mathbf{J}_s(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right] \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

Le courant est développé dans la fonction de base sur le plan tangent :

$$\mathbf{J}_s(\mathbf{r}') = \sum_{n=1}^N \mathbf{I}_b \mathbb{B}_b(\mathbf{r}') \hat{t}(\mathbf{r}') \quad (\text{C.18})$$

En choisissant les fonctions de base et test qui sont tangentes sur la surface, nous pouvons construire le système linéaire avec les éléments suivants :

$$\mathbf{V}_a = \int [\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \hat{t}(\mathbf{r})] \cdot \mathbf{E}^{inc}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (\text{C.19})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{ab} &= i\omega\mu_A \int [\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \hat{t}(\mathbf{r})] \cdot \int [\mathbb{B}_b(\mathbf{r}') \hat{t}(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} + \\ &\quad \frac{1}{i\omega\epsilon_A} \int \nabla \cdot [\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \hat{t}(\mathbf{r})] \cdot \int \nabla' \cdot [\mathbb{B}_b(\mathbf{r}') \hat{t}(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (\text{C.20})$$

Le terme divergence de courant dans l'équation intégrale exige l'intégrabilité et la continuité des fonctions de base. Les fonctions de base et de test doivent être choisies dans l'espace $\mathbf{W}^{1,2}$.

EICM

L'EICM pour le problème physique 3D est donné par :

$$\hat{n}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{J}_s(\mathbf{r})}{2} - \hat{n}(\mathbf{r}) \times \int \mathbf{J}_s(\mathbf{r}') \times \nabla' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (\text{C.21})$$

Le courant est développé par la fonction de base sur le plan tangent :

$$\mathbf{J}_s(\mathbf{r}') = \sum_{n=1}^N \mathbf{I}_b \mathbb{B}_b(\mathbf{r}') \hat{t}(\mathbf{r}') \quad (\text{C.22})$$

Les composantes du système matriciel \mathbf{V}_a et \mathbf{Z}_{ab} dans le système linéaire sont :

$$\mathbf{V}_a = \int \left[\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \hat{t}(\mathbf{r}) \right] \cdot \left[\hat{n}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}) \right] d\bar{r} \quad (\text{C.23})$$

$$\mathbf{Z}_{ab} = \begin{cases} 0.5 \int \left[\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \hat{t}(\mathbf{r}) \right] \cdot \left[\mathbb{B}_b(\mathbf{r}') \hat{t}(\mathbf{r}') \right] d\mathbf{r} & \text{si } \mathbf{r} = \mathbf{r}' \\ - \int \left[\mathbb{T}_a(\mathbf{r}) \hat{t}(\mathbf{r}) \right] \cdot \hat{n}(\mathbf{r}) \times \int \left[\mathbb{B}_b(\mathbf{r}') \hat{t}(\mathbf{r}') \right] \times \nabla' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} & \text{si } \mathbf{r} \neq \mathbf{r}' \end{cases} \quad (\text{C.24})$$

Les fonction de base et de test peuvent être choisies dans l'espace $\mathbf{W}^{0,2}$ ou $\mathbf{W}^{1,2}$

C.2 Traitement de la singularité

Le terme « source-observation » traduit par la fonction de Green dans les équations intégrales posent le problème de la singularité lorsque le point de la source se trouve sur le même endroit que celui de l'observation. Ce problème apparaît principalement pour l'EICE. Nous montrons comment résoudre ce problème pour le cas 2D et 3D.

Modèle 2D

Pour le modèle 2D, la singularité peut être traitée par une approche analytique de la fonction de Hankel du première type suivante :

$$H_0^{(1)}(kr) \approx 1 - i \frac{2}{\pi} \log\left(\frac{\gamma kr}{2}\right) \quad r \rightarrow 0 \quad (\text{C.25})$$

$\gamma \approx 0.577$ est le constant d'Euler k est le nombre d'onde. La fonction de Green 2D dans ce cas devient :

$$G(kr) \approx \left(-\frac{1}{4}\right) \left(1 - i \frac{2}{\pi} \log\left(\frac{\gamma kr}{2}\right)\right) \quad (\text{C.26})$$

Modèle 3D

Dans le cas 3D, le problème devient compliquer car il n'existe pas une approche analytique. La résolution des équations intégrales peut être effectuée en transformant le système de coordonnées cartésiennes au système de coordonnées polaires. Avec cette technique, la singularité est exactement effacée. Cependant, cette technique est applicable seulement pour un sous-domaine plat [157]. Pour un sous-domaine de forme courbé, nous pouvons utiliser l'intégration de Duffy. En effet, avec une astuce simple, nous pouvons éviter que le point d'observation ne se trouve jamais dans le même endroit que le point de source. Nous appelons cette astuce par « éviter la singularité ». Ici nous présentons la technique d'éviter la singularité et « l'intégration de Duffy ».

Éviter la singularité

Lorsque le point d'observation et de source se trouvent sur le même sous-domaine, notre démarche est de diviser ce sous-domaine sur quelques sous-sous-maillage de sorte que les sous-points d'observation (verte) se trouve dans différents endroits que les sous-points de la source (rouge).

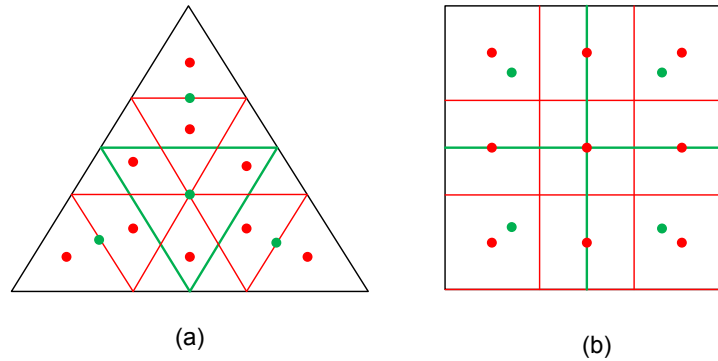


FIGURE C.1: Illustration pour éviter la singularité (a) maillage triangulaire (b) maillage quadrilatère

Intégration de Duffy

Pour illustrer l'utilisation de l'intégration de Duffy [158], nous considérons le maillage triangulaire et quadrilatère où les points d'observation et de source se trouvent sur le point r_m (figure (C.2)). Nous construisons ensuite 3 sous-maillages pour un triangle et 4 sous-maillages pour un quadrilatère. Maintenant, la singularité se trouve sur le vertex de sous-maillage et nous pouvons enfin appliquer la technique de Duffy.

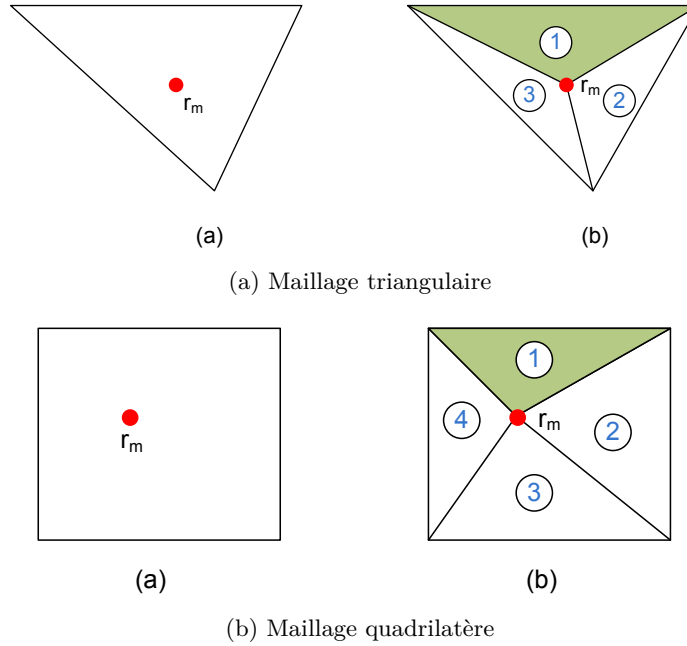


FIGURE C.2: Traitement de la singularité

Nous prenons le triangle numéro 1 et nous définissons un système de coordonnées rectilignes u et v comme illustré par la figure (C.3).

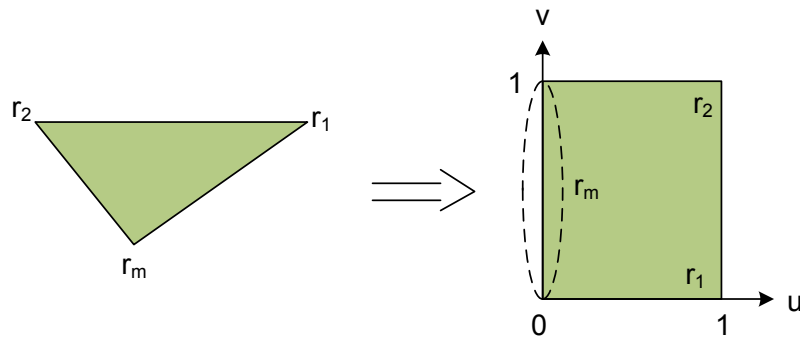


FIGURE C.3: Transformation de Duffy

Chaque point dans le sous-maillage est donné par :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}'(u, v) &= \mathbf{r}_m(1-u)(1-v) + \mathbf{r}_1(1-v) + \mathbf{r}_2(uv) + \mathbf{r}_m(1-u)v \\ &= \mathbf{r}_1u(1-v) + \mathbf{r}_2uv + \mathbf{r}_m(1-u) \end{aligned} \quad (\text{C.27})$$

En utilisant ce terme pour le point d'observation, l'intégration dans la fonction de Green devient :

$$I = \iint \frac{\exp(-ik|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' = C \int_0^1 \int_0^1 \frac{\exp(-ik|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}(u, v)|)}{|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}(u, v)|} u du dv \quad (\text{C.28})$$

C est une constante due au changement de variable. Lorsque $\mathbf{r}(u, v) = \mathbf{r}_m$, le terme u annule la singularité.

A part de diviser le maillage sous forme de triangles, nous pouvons aussi le transformer sous forme de quadrilatères [2].

ANNEXE D

NURBS

Le *NURBS* (*Non Uniform Rational Basis Splines*) est un modèle mathématique pour présenter une courbe ou une surface de géométrie complexe [159]. Le *NURBS* est calculé en utilisant la fonction de test sur les point de contrôle déterminant la forme de courbe ou surface. La figure (D.1) montre le développement des courbes et surfaces *NURBS*.

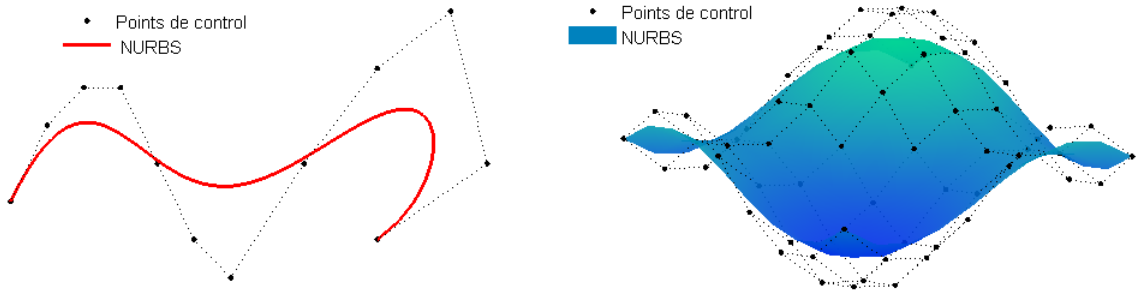


FIGURE D.1: Construction de la courbe et de la surface NURBS

L'expression mathématique de courbes *NURBS* est définie par :

$$\mathbf{r}(U) = \frac{\sum_{k=0}^K w_k \mathbf{P}_k B_k^K(U)}{\sum_{k=0}^K w_k B_k^K(\bar{u})}, \quad U \in]0 \, 1[\quad (\text{D.1})$$

où w_k est la fonction de pondération, \mathbf{P}_k est le point de contrôle, B_k^K est le polynôme de Bernstein d'ordre K avec $k = 0, 1, \dots, K$

$$B_k^K(U) = \frac{K!}{k!(K-k)!} U^k (1-U)^{K-k}, \quad U \in]0 \, 1[\quad (\text{D.2})$$

La figure (D.2) montre les polynômes de Bernstein pour l'ordre $K = 4$. Ces polynômes ont une symétrie de droite et de gauche qui est très bien adapté pour présenter une surface.

Afin de faire une unification du polynôme utilisé dans ce travail, nous avons utiliser les polynômes de Bernstein pour le développement de maillage et également en tant que fonctions de base pour la Méthode des Moments. Néanmoins, ces polynômes ne sont pas orthogonaux ce qui rendent l'instabilité de système matriciel lorsque nous travaillons avec un ordre plus élevé. Nous avons alors décidé de garder Bernstein uniquement pour le développement de maillage et d'utiliser les polynômes de Legendre-Jorgensen en tant que fonctions de base.

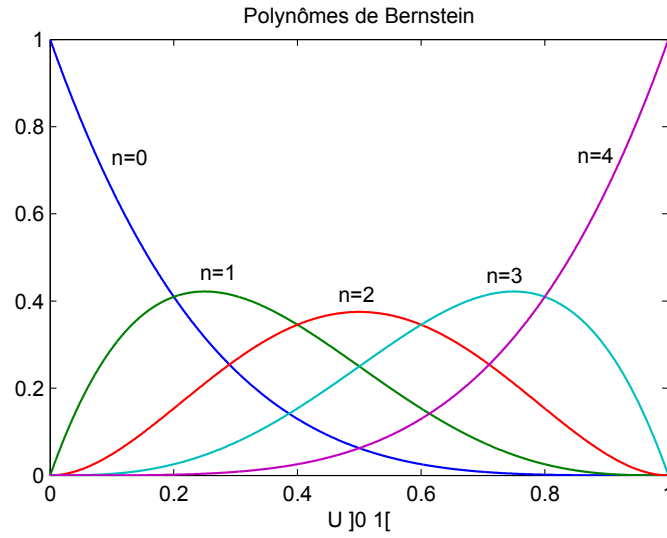


FIGURE D.2: Polynômes de Bernstein d'ordre 4

Contrairement aux polynômes de Bernstein qui sont définis dans un intervalle $U \in]0, 1[$, les polynômes de Legendre-Jorgensen sont définis dans $u \in]-1, 1[$. Pour bien adapté le maillage avec la fonction de base, nous faisons un changement de variable $U = 0.5u + 0.5$. L'expression de la courbe *NURBS* devient alors :

$$\mathbf{r}(u) = \frac{\sum_{k=0}^K w_k \mathbf{P}_k B_k^K(0.5u + 0.5)}{\sum_{k=0}^K w_k B_k^K(0.5u + 0.5)}, \quad u \in]-1, 1[\quad (\text{D.3})$$

Pour une surface, l'expression de *NURBS* est :

$$\mathbf{r}(u, v) = \frac{\sum_{k=0}^K w_{kl} \mathbf{P}_{kl} B_k^K(0.5u + 0.5) B_l^L(0.5v + 0.5)}{\sum_{k=0}^K w_{kl} B_k^K(0.5u + 0.5) B_l^L(0.5v + 0.5)}, \quad u, v \in]-1, 1[$$

ANNEXE E

Production scientifique

Articles

- R. Khairi, A. Coatanhay, A. Khenchaf. "Optimal High-Order Method of Moment combined with NURBS for the scattering by a 2D cylinder". *Advanced Electromagnetics*, vol 02, no 01, 2013
- R. Khairi, A. Coatanhay, A. Khenchaf, Y-M. Scolan. "Numerical modeling of electromagnetic waves scattering from 2D coastal breaking sea waves". *European Physical Journal in Applied Physics*, doi :10.1051/epjap/2013120437

Conférences

- R. Khairi, A. Coatanhay, A. Khenchaf. "The Observability of Marine Weather Conditions Using the Electromagnetic Waves Scattering From Sea Surface : A Statistical Analysis". *International Conference of Electromagnetic in Advance Application (ICEAA)*. Sidney Australie, Septembre 2010
- R. Khairi, A. Coatanhay, A. Khenchaf. "L'observabilité des états de mer pour l'océanographie : Analyse statistique de champs électromagnétiques de diffusion estimés à partir de simulation numérique". *Défis actuels de la modélisation électromagnétique : gestion de la complexité, multi-échelle, multi-physique, gestion des incertitudes, statistique*. Saint Malo France, Decembre 2010
- R. Khairi, A. Coatanhay, A. Khenchaf. "Modeling of Electromagnetic Waves Scattering from Sea Surface Using High-Order Moment Method (HO-MoM) and NURBS patch". *International Conference of Electromagnetic in Advance Application (ICEAA)*. Turin Italie, Septembre 2011
- R. Khairi, A. Coatanhay, A. Khenchaf. "Modélisation de la diffusion des ondes électromagnétiques par des vagues côtières déferlantes en utilisant la Méthode des Moments d'Ordre Élevé". *Conférence Européenne sur les Méthodes Numériques en Electromagnétisme (NUMELEC)*. Marseille France, Juillet 2012
- R. Khairi, A. Coatanhay, A. Khenchaf. "Modélisation de la diffusion électromagnétique pour trois types de vagues côtières déferlantes : glissant, plongeant, gonflant". *Journées Nationales Microondes (JNM)*. Paris France, Mai 2013

Bibliographie

- [1] [Online]. Available : http://gsi.ir/Main/Lang_en/Page_51-19/Geodynamic.group.html
- [2] E. Jørgensen, "Higher-order integral equation methods in computational electromagnetics," Ph.D. dissertation, Technical University of Denmark., 2003.
- [3] W. H. Munk, "Origin and generation of waves," University of California.
- [4] [Online]. Available : <http://www.larousse.fr/encyclopedie/nom-commun-nom/houle/58841>
- [5] R. Issa, D. Violeau, E.-S. Lee, and H. Flament, *Modeling nonlinear water waves with RANS and LES SPH models*. World Scientific, 2010, ch. 14, pp. 497–537.
- [6] M. B. Rivas and M. Martin-Neira, "Coherent GPS reflections from the sea surface," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 3, no. 1, pp. 28–31, 2006.
- [7] J. F. Marchan-Hernandez, M. Vall-llossera, A. Camps, N. Rodriguez-Alvarez, I. Ramos-Perez, E. Valencia, X. Bosch-Lluis, M. Talone, J. M. Tarongi, and M. Piles, "Ground-based GNSS-R measurements with the PAU instrument and their application to the sea surface salinity retrieval : First results," in *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, vol. 4, 2008, pp. 530–533.
- [8] J. L. Garrison, J. K. Voo, S. H. Yueh, M. S. Grant, A. G. Fore, and J. S. Haase, "Estimation of sea surface roughness effects in microwave radiometric measurements of salinity using reflected global navigation satellite system signals," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 8, no. 6, pp. 1170–1174, 2011.
- [9] D. K. Yang, Y. Q. Zhang, Y. Lu, and Q. S. Zhang, "GPS reflections for sea surface wind speed measurement," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 5, no. 4, pp. 569–572, 2008.
- [10] A. Coatanhay, R. Garello, B. Chapron, and F. Ardhuin, "Project MOPS - Marine Opportunity Passive Systems," in *Passive'08*, 2008.
- [11] A. Coatanhay, A. Arnold-Bos, and A. Khenchaf, "Modeling of the GALILEO signals near a sea surface," in *GNSS*, 2008.
- [12] L. Rakotondrainibe, N. Cauren, Y. Leroux, A. Coatanhay, R. Garello, F. Maussang, B. Chapron, and F. Ardhuin, "Projet MOPS : Système dédié à l'utilisation des signaux GNSS pour l'océanographie et la surveillance de la surface de la mer," in *Journées Nationales Microondes*, 2011.
- [13] S. Tay, "Analyse et modélisation de l'utilisation de signaux gnss en environnement marin," Ph.D. dissertation, Telecom Bretagne, 2011.
- [14] S. Tay, F. Maussang, A. Coatanhay, and R. Garello, "Near sea surface target tracking by extended kalman filtering of the GPS reflected signals," *IEEE oceanic engineering society newsletter*, vol. XLVI, pp. 19–22, 2011.

- [15] A. Awada, "Diffusion bistatique des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses en utilisant le modèle SSA : Application à la surface maritime," Ph.D. dissertation, Université de Bretagne Occidentale, 2007.
- [16] M. Y. Ayari, "Détection électromagnétique d'éléments polluants au dessus de la surface maritime," Ph.D. dissertation, Université de Bretagne Occidentale, Brest, 2007.
- [17] A. Arnold-Bos, "La surveillance maritime en imagerie radar bistatique : théorie, simulation, contribution à la détection automatique du sillage des navires," Ph.D. dissertation, Université de Bretagne Occidentale, 2010.
- [18] N. Sajjad, "Bistatic scattering of electromagnetic waves from rough surface by using second order twoscale model," Ph.D. dissertation, Université Bretagne Occidentale, 2011.
- [19] Y. Bennani, "Signature EM bistatique d'une cible complexe intégrée dans son environnement. application à l'imagerie radar ISAR d'une scène maritime," Ph.D. dissertation, Université Bretagne Occidentale, 2011.
- [20] J. C. West, "Low-grazing scattering from breaking water waves using an impedance boundary MM/GTD approach," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 46, pp. 93–100, 1998.
- [21] J. C. West and Z. Zhao, "Electromagnetic modeling of multipath scattering from breaking water waves with rough faces," *IEEE trans on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 40, pp. 583–592, 2002.
- [22] C. Davis and K. Warnick, "Error analysis of 2-D MoM for MFIE/EFIE/CFIE based on the circular cylinder," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, pp. 321 – 331, 2005.
- [23] Z. L. Liu and J. Yang, "Analysis of electromagnetic scattering with higher-order moment method and NURBS model," *Journal of Progress in Electromagnetics Research*, vol. 96, pp. 83–100, 2009.
- [24] R. Khairi, A. Coatanhay, and A. Khenchaf, "The observability of marine weather conditions using the electromagnetic waves scattering from the sea surface : A statistical analysis," in *ICEAA*, 2010.
- [25] —, "Modeling of electromagnetic waves scattering from sea surface using High-Order Moment Method (HO-MoM) and NURBS patch," in *ICEAA*, 2011.
- [26] —, "Modélisation de la diffusion des ondes électromagnétiques par des vagues côtières déferlantes en utilisant la Méthode des Moments d'Ordre Élevé," in *NUMELEC*, 2012.
- [27] Y. M. Scolan, "Some aspects of the flip-through phenomenon : A numerical study based on the desingularized technique," *Journal of fluids and structures*, vol. 26, pp. 918–953, 2010.
- [28] N. Burais and M. Nadi, "Environnement électromagnétique et santé," in *Journées Electrotechniques du Club EEA*, 2002.
- [29] J. P. A. Bastos, *Electromagnetic modeling by Finite Element Method*. Marcel Dekker, Inc, 2003.
- [30] L. A. Schmerber, "Identification et caractérisation de sources électromagnétiques. application à la discrétion des moteurs de propulsion navale," Ph.D. dissertation, INP Grenoble, 2006.
- [31] C. H. Papas, *Theory of Electromagnetic Wave Propagation*. Dover Publication Inc, 1988.

-
- [32] W. Hayt and J. Buck, *Engineering Electromagnetics*, 6th ed. Atlanta, USA : Mc Graw Hill, 2000.
 - [33] R. Fitzpatrick, *Maxwell's Equations and the Principles of Electromagnetism*. Infinity Science Press LLC, 2008.
 - [34] W. Gibson, *The Method of Moments in Electromagnetics*. Chapman & Hall/CRC, 2008.
 - [35] S. Orfanidis, *Electromagnetic Waves and Antennas*. Rutgers University, 2004.
 - [36] L. Tsang, J. Kong, K. Ding, and C. Ao, *Scattering of Electromagnetic Waves : Numerical Simulations*. John Wiley & Sons, 2001.
 - [37] S. S. H. Naqvi, "A comment on the use of TE/TM polarization notation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 38, p. 584, 1990.
 - [38] A. F. Peterson, S. L. Ray, and R. Mittra, *Computational Methods for Electromagnetics*. IEEE Press, 1998.
 - [39] A. J. Poggio and E. K. Miller, *Computer techniques for electromagnetics*. Pergamon Press, 1973, ch. Integral equation solutions for three dimensional scattering problems, pp. 159–264.
 - [40] J. A. Stratton and L. J. Chu, "Diffraction theory of electromagnetic waves," *Physical Review*, vol. 56, pp. 99–107, 1939.
 - [41] P. Tsuji, K. Parrish, and C. Xu, "Scattering from PEC cylinders by normally incident plane wave," The university of Texas at Austin, Tech. Rep., 2010.
 - [42] E. Cojocaru, "Mathieu functions approach to bidimensional scattering by dielectric elliptical cylinders," Department of Theoretical Physics IFIN HH, Romania, Tech. Rep., 2008.
 - [43] A. Coatanhay, "Diffusion accoustique par un objet cylindrique à proximité d'une interface plane," Ph.D. dissertation, Université du Havre, 2000.
 - [44] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of mathematical functions*. Dover Publication Inc, 1970.
 - [45] C. Mätzler, "MATLAB functions for mie scattering and absorption," Institut für Angewandte Physik, Suisse, Tech. Rep., 2002.
 - [46] D. Bouche, F. Molinet, and R. Mittra, *Asymptotic Methods in Electromagnetics*. Springer, 1997.
 - [47] L. S. Pedrotti, *Basic Geometrical Optics*. SPIE, 2012, ch. 1.3.
 - [48] E. Conil, "Propagation électromagnétique en milieu complexe : du champ proche au champ lointain," Ph.D. dissertation, INP de Grenoble, 2005.
 - [49] F. Comblet, "Détection, localisation et identification de cibles radar par imagerie électromagnétique bistatique," Ph.D. dissertation, Université Bretagne Occidentale, 2005.
 - [50] M. Lashab, "Etude et analyse des antennes à réflecteurs par la méthode des moments," Ph.D. dissertation, Université Skikda Algérie, 2009.
 - [51] M. Rochdi, "Signature électromagnétique bistatique d'une cible complexe placée sur une surface maritime rugueuse. modélisation, simulation et expérimentation," Ph.D. dissertation, Université Bretagne Occidentale, 2012.
 - [52] K. M. Mlitzner, "Incremental length diffraction coefficients," NTIS, Tech. Rep., 1974.
 - [53] A. Michaeli, "Equivalent currents for tecond-order diffraction by the edges of perfectly conducting polygonal surfaces," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-35, pp. 183–190, 1987.

- [54] J. B. H. Slama, “Modelisation du rayonnement electromagnétique des circuits d’électronique de puissance application à un hacheur,” Ph.D. dissertation, Ecole Centrale de Lyon, 1997.
- [55] J. P. Bérenger, “A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves,” *Journal Comp. Phys.*, vol. 114(2), pp. 185–200, 1994.
- [56] A. Bondeson, T. Rylander, and P. Ingelstrom, *Computational Electromagnetics*. Springer, 2005.
- [57] R. Scorretti, “Caractérisation numérique et expérimentale du champ magnétique b.f. généré par des systèmes électrotechniques en vue de la modélisation des courants induits dans le corps humain,” Ph.D. dissertation, Ecole Centrale de Lyon, 2003.
- [58] R. C. Booton, *Computational Methods for Electromagnetics and Microwaves*. John Wiley & Sons, inc, 1992.
- [59] D. B. Davidson, *Computational Electromagnetics for RF and Microwaves Engineering*, 2nd ed. Cambridge University Press, 2011.
- [60] M. Sadiku, *Numerical Techniques in Electromagnetics*. CRC Press LLC, 2001.
- [61] R. Harrington, *Field Computation by Moments Method*. IEEE Press, 1993.
- [62] L. M. Delves and J. Walsh, *Numerical Solution of Integral Equations*. Oxford University Press, 1974.
- [63] L. F. Canino, J. J. Ottusch, M. A. Stalzer, J. L. Visher, and S. M. Wandzura, “Numerical solution of the Helmholtz equation in 2D and 3D using a high-order Nyström discrétisation,” *Journal of Computational Physics*, vol. 146, pp. 1–20, 1998.
- [64] Ismatullah, “Analysis of space-borne antennas by higher-order method of moments and inverse equivalent current methods,” Ph.D. dissertation, Technischen Universität München, 2010.
- [65] M. Vrancken, “Full wave integral equation based electromagnetic modeling of 3d metallic structures in planar stratified media,” Ph.D. dissertation, Katholieke Universiteit Leuven, 2002.
- [66] L. Tsang, J. Kong, and K. ding, *Scattering of Electromagnetic Waves : Theories and Applicatios*. John Wiley & Sons inc, 2000.
- [67] L. Tsang and J. Kong, *Scattering of Electromagnetic Waves : Advanced Topics*. John Wiley & Sons inc, 2001.
- [68] S. V. Yuferev and N. Ida, *Surface Impedance Boundary Conditions. A Comprehensive Approach*. CRC Press, 2010.
- [69] S. N. Makarov, *Antenna and EM Modeling with MATLAB*. Wiley-Interscience, 2002.
- [70] L. Valle, F. Rivas, and M. F. Catedra, “Combining the Moment Method with geometrical modelling by NURBS surfaces and Bézier patches,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 42, pp. 373–381, 1994.
- [71] H. Yuan, N. Wang, and C. Liang, “Combining the higher-order method of moments with geometric modelling by NURBS surfaces,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 57, pp. 3558–3563, 2009.
- [72] J. P. Zhang, Y. S. Xu, and W. D. Wang, “High-order basis functions for the moment method solution of two-dimensional scattering problems,” in *APMC*, 2005.
- [73] R. Bancroft, *Understanding Electromagnetic Scattering Using the Moment Method. A practical Approach*. Artech House, 1996.

-
- [74] K. B. Datta, *Matrix and Linear Algebra*. Prentice-Hall, Inc, 1991.
 - [75] R. Sevilla, “Nurbs - enhanced finite element method (nefem),” Ph.D. dissertation, Universitat Politècnica de Catalunya., 2009.
 - [76] C. Delgado and M. Catedra, “Application of the characteristic basis function method utilizing a class of basis and testing functions defined on NURBS patches,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 56, pp. 784–791, 2008.
 - [77] C. Delgado, F. Catedra, and R. Mittra, “Combining the characteristic basis function method with rooftops and razor-blade testing functions over NURBS patches,” in *EuCAP*, 2006.
 - [78] S. M. Rao, D. R. Wilton, and A. W. Glisson, “Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 30, pp. 409–418, 1982.
 - [79] A. W. Glisson and D. R. Wilton, “Simple and efficient numerical methods for problems of electromagnetic radiation and scattering from surfaces,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 5, pp. 593–603, 1980.
 - [80] L. Gurel, I. S. Sendur, and K. Sertel, “Quantitative comparison of rooftop and RWG basis functions,” Bilkent University, Turkey, Tech. Rep., 1997.
 - [81] —, “On the choice of basis functions to model surface electric current densities in computational electromagnetics,” *Radio science*, vol. 6, pp. 1373–1387, 1999.
 - [82] B. M. Kolundzija and B. D. Popovic, “Entire-domain Galerkin method for analysis of metallic antennas and scatterers,” in *IEE Proceedings-H*, 1993.
 - [83] L. R. Hamilton, J. J. Ottusch, M. A. Stalzer, and R. Turley, “Numerical solution of 2D scattering problems using high-order methods,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 47, pp. 683–691, 1999.
 - [84] M. Djordjevic and B. M. Notaros, “Three types of higher-order MoM basis functions automatically satisfying current continuity conditions,” in *IEEE Antennas Propagation Society International Symposium*, 2002.
 - [85] M. Djordjevic and B. Notaros, “Double higher order method of moments for surface integral equation modeling of metallic and dielectric antennas and scatterers,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, no. 8, pp. 2118 – 2129, aug. 2004.
 - [86] P. J. Davis and P. Rabinowitz, *Methods of Numerical Integration*. Academic Press, 1975.
 - [87] J. Ma, V. Rokhlin, and S. Wandzura, “Generalized gaussian quadrature rules for systems of arbitrary functions,” *Society for Industrial and Applied Mathematics*, vol. 33, pp. 971–996, 1996.
 - [88] Y. Zhang, M. Taylor, T. K. Sarkar, H. Moon, and M. Yuan, “Solving large complex problems using a higher-order basis : Parallel in-core and out-of-core integral-equation solvers,” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 50, pp. 13–30, 2008.
 - [89] E. I. Thorsos, “The validity of the Kirchhoff Approximation for rough surface scattering using a Gaussian roughness spectrum,” *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 88, pp. 78–92, 1988.
 - [90] E. I. Thorsos and D. R. Jackson, “Studies of scattering theory using numerical methods,” *Waves Random Media*, vol. 1, pp. S165–S190, 1991.
 - [91] J. Hillaret, “Applications du formalisme des faisceaux gaussiens à la modélisation de l’interaction d’une onde électromagnétique avec un objet 3d complexe,” Ph.D. dissertation, Université Toulouse III - Paul Sabatier, 2007.

- [92] H. Braunisch, Y. Zhang, C. Ao, S. Shih, Y. Yang, K. Ding, J. Kong, and L. Tsang, "Tapered wave with dominant polarization state for all angles of incidence," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 48, no. 7, pp. 1086–1096, July 2000.
- [93] J. Johnson, "Application of numerical models for rough surface scattering," Ph.D. dissertation, Massachusetts Institute of Technology, February 1996.
- [94] G. W. Pan, *Wavelets in Electromagnetics and Device Modelling*. John Wiley & Sons inc, 2003.
- [95] H. Braunisch, "Methods in wave propagation and scattering," Ph.D. dissertation, Massachusetts Institute of Technology, 2001.
- [96] G. Soriano, "Etude de la diffraction électromagnétique par des surfaces rugueuses bidimensionnelles," Ph.D. dissertation, Institut de Fresnel, Marseille, 2000.
- [97] P. Spiga, "Diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses en incidence rasante," Ph.D. dissertation, Université du Sud Toulon-Var, 2008.
- [98] A. Coatanhay, "A statistical analysis of the electromagnetic field scattered by the ocean surface in various weather conditions," in *IGARSS*, 2008.
- [99] L. H. Holthuijsen, *Waves in oceanic and coastal water*. Cambridge, 2007.
- [100] R. M. Sorensen, *Basic coastal engineering*. Springer, 2006.
- [101] F. Ardhuin, *Vagues : hydrodynamique et télédétection*. SHOM, 2006.
- [102] C. Bourlier, "Rayonnement infrarouge d'une surface stochastique - application au domaine océanique," Ph.D. dissertation, Université de Nantes, 1999.
- [103] O. M. Philips, "The equilibrium range in the spectrum of wind-generated waves," *Journal of Fluid Mech.*, vol. 4, pp. 426–434, 1958.
- [104] L. Vaitilingom, "Diffusion bistatique des ondes EM par une surface rugueuse en HF. application aux fouillis maritime et terrestre," Ph.D. dissertation, Université Bretagne Occidentale, 2011.
- [105] W. J. Pierson and L. Moskowitz, "A proposed spectral form of fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii," *Journal of Geophysical Research*, vol. 69, pp. 5181–5190, 1964.
- [106] K. Hasselmann, T. P. Barnett, E. Bouws, H. Carlson, D. E. Cartwright, K. Enke, J. A. Edwing, H. Gienapp, D. E. Hasselmann, P. Kruseman, A. Meerburg, P. M. and D. J. Olbers, K. Richter, W. Sell, and H. Walden, "Measurements of wind-wave growth and swell during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP)," *Deutsche Hydrographische Zeitung*, vol. 8, pp. 1–95, 1973.
- [107] A. K. F. et K. K. Lee, "A semi-empirical sea-spectrum model for scattering coefficient estimation," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 7, pp. 166–176, 1982.
- [108] T. Elfouhaily, B. Chapron, K. Katsaros, and D. Vandemark, "A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves," *Journal of Geophysical Research*, vol. 102, no. C7, pp. 15 781 – 15 796, 1997.
- [109] M. S. L.-H. et al, *Observation of the Directional Spectrum of Sea Waves Using the Motions of a Floating Buoy*. Prentice-Hall, Inc, 1963.
- [110] H. Mitsuyasu, F. Tasai, T. Suhara, S. Misuno, M. Ohkuso, T. Honda, and K. Rindiishi, "Observation of the direction spectrum of ocean waves using a cloverleaf buoy," *Journal of Physical Oceanography*, vol. 5, pp. 750–760, 1975.
- [111] M. A. Donelan, J. Hamilton, W. H. Hui, and R. W. Stewart, "Directional spectra of wind-generated waves," *Philosophical transactions of the royal society of London*, vol. 315, pp. 509–562, 1985.

-
- [112] C. Cox and W. Munk, "Statistics of the sea surface derived from sun glitter," *Journal of Marine Research*, vol. 13, pp. 198–227, 1954.
 - [113] H. Chanson, *Applied Hydrodynamics : An Introduction to Ideal and Real Fluid Flows*. CRC Press, 2009.
 - [114] F. Ursell, "The long-wave paradox in the theory of gravity waves," *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, vol. 49, pp. 685–694, 1953.
 - [115] B. L. Mehaute, *Introduction to Hydrodynamics and Water Waves*. Springer Verlag, 1976.
 - [116] B. Miche, "Mouvements ondulatoires de la mer en profondeur croissante ou décroissante. forme limite de la houle lors de son déferlement. application aux digues maritimes. troisième partie. forme et propriétés des houles limites lors du déferlement. croissance des vitesses vers la rive," *Annales des Ponts et Chaussées*, vol. 114, pp. 369–406, 1944.
 - [117] G. B. Airy, "Tides and waves," *Encyclopaedia Metropolitana*, vol. 3, p. 396, 1841.
 - [118] G. G. Stokes, "On the theory of oscillatory waves," *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 8, pp. 197–229, 1847.
 - [119] D. J. Korteweg and G. de Vries, "On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves," *Philosophical Magazine*, vol. 39, pp. 422–443, 1895.
 - [120] W. Zaki, T. Basbous, R. Younes, and S. Raad, *Modelisation de la houle au port de Beyrouth*, Université Libanaise, Faculté de Génie, Beyrouth Liban.
 - [121] S. Ben-Khadra, "Etude de la signature en bistatique d'une surface maritime hétérogène avec prise en compte des phénomènes hydrodynamiques," Ph.D. dissertation, Université Bretagne Occidentale, 2012.
 - [122] M. Duval, "Etude du déferlement d'une onde de stokes et de la dissipation associée par simulation directe," Ph.D. dissertation, INP Toulouse, 2007.
 - [123] J. D. Fenton, "Numerical methods for nonlinear waves," *Advances in Coastal and Ocean Engineering*, vol. 5, pp. 241–324, 1999.
 - [124] D. Kisacik, P. Troch, P. V. Bogaert, and J. V. Slycken, "Experimental results of loading conditions due to violent wave impacts on coastal structures with cantilever surfaces," in *Second International Conference on the Application of Physical Modelling to Port and Coastal Protection*, Bari, Italia, 2008.
 - [125] Y. Li and F. Raichlen, "Energy balance model for breaking solitary wave runup," *Journal of waterway, port, coastal and ocean engineering*, vol. 47, pp. 47–49, 2003.
 - [126] Q. Ma, Ed., *Advances in numerical simulation of nonlinear water waves*. World Scientific, 2010.
 - [127] P. Lin, *Numerical modeling of water waves*. Taylor & Francis, 2008.
 - [128] B. Schaeffer, "Possibilités des microordinateurs simulation numérique d'une vague déferlante, dont le mouvement en profondeur et le profil sont calculés par microordinateur." Association Technique Maritime et Aéronautique, Paris, Tech. Rep., 1988.
 - [129] Q. Ma and S. Yan, "Quasi ALE Finite Element Method for nonlinear water waves," *Journal of Computational Physics*, vol. 212, pp. 52–72, 2005.
 - [130] Q. W. Ma and S. Yan, *QALE-FEM method and its application to the simulation of free-responses of floating bodies and overturning waves*. World Scientific, 2010, ch. 5, pp. 165–202.

- [131] P. Wang, Y. Yao, and M. Tulin, "An efficient numerical tank for non-linear water waves based on the multi-subdomain approach with BEM," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 20, pp. 1315–1336, 1995.
- [132] H. Melief, "Dynamic modelling of radar seaclutter," Ph.D. dissertation, Technische Universiteit Delft, 2006.
- [133] S. T. Grilli, J. Skourup, and I. A. Svendsen, "An efficient boundary element method for nonlinear water waves," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 6, pp. 97–107, 1989.
- [134] C. Lachaume, B. Biaisser, S. T. Grilli, P. Fraunié, and S. Guignard, "Modeling of breaking and post-breaking waves on slopes by coupling of BEM and VOF methods," in *International Offshore and Polar Engineering Conference*, 2003.
- [135] Y. Cao, W. W. Schultz, and R. F. Beck, "Three-dimensional desingularized boundary integral methods for potential problems," University of Michigan, Tech. Rep., 1990.
- [136] Y. Cao, "Computations of nonlinear gravity waves by a desingularized boundary integral méthode," University of Michigan, Tech. Rep., 1991.
- [137] E. O. Tuck, "Solution of nonlinear free-surface problems by boundary and desingularised integral equation techniques," *Computational Techniques and Applications*, vol. CTAC'97, p. 11626, 1998.
- [138] Y. M. Scolan, "Le flip-through : Cinématique fluide et chargement hydrodynamique," in *Journée de l'Hydrodynamique*, 2010.
- [139] Y. M. Scolan, O. Kimmoun, H. Branger, and F. Remy, "Surface libre non-linear au droit d'un mur vertical. effet d'une bathymétrie locale," in *Journée de l'Hydrodynamique*, 2007.
- [140] O. Kimmoun and Y. M. Scolan, "Generation of focalized wave packet," in *International workshop on water waves and floating bodies*, 2009.
- [141] B. D. Gobran, "Measuring salt water permeability," in *Seventh Workshop Geothermal Reservoir Engineering*, 1981.
- [142] T. Lurton, "Modélisation et simulation de l'interaction entre onde électromagnétique et surfaces de mer," Ph.D. dissertation, Telecom Bretagne, 2010.
- [143] P. Rattanadecho, N. Suwannapum, and B. Chatveera, "Development of compressive strength of cement paste under accelerated curing by using a continuous microwave thermal processor," *Materials Science and Engineering A*, vol. 472, pp. 299–307, 2008.
- [144] L. B. Wetzer, *Radar Handbook*. Mc Graw Hill, 1990, ch. Sea Clutter, pp. 13.1–13.27.
- [145] S. Ben-Khadra, K. Ben-Khadra, and A. Khenchaf, "Numerical and expérimentale study of the hydrodynamic phenomena in heterogenous sea surface, EM bistatic scattering," *PIERS*, vol. 35, pp. 151–166, 2011.
- [146] D. Holliday, J. J. DeRaad, and G. J. St-Cyr, "Sea-spike backscatter from a steepening wave," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 46, pp. 108–112, 1998.
- [147] W. Yang, Z. Zhao, C. Qi, and Z. Nie, "Electromagnetic modeling of breaking waves at low grazing angles with adaptive higher-order hierarchical legendre basis functions," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 49, pp. 346–352, 2011.
- [148] H. W. Melief, H. Greydanus, P. Genderen, and P. van Hoogetboom, "Low grazing angle sea clutter modelled by ray tracing and physical optics," in *TO-MP-60*, 2000.
- [149] J. West, "Low-grazing-angle (LGA) Sea-Spike backscattering from plunging breaker crests," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 40, pp. 523–526, 2002.

-
- [150] Y. M. Zhu, F. Peyrin, and R. Goutte, “Transformation de Wigner-Ville : description d’un nouvel outil de traitement du signal et des images,” *Annals of telecommunications*, vol. 42, pp. 105–118, 1987.
 - [151] M. Bernard, “Méthodologie d’analyse des synchronisations neuronales dans les signaux EEG à l’aide de graphes d’informations temps-fréquence,” Ph.D. dissertation, Université de Poitiers, 2006.
 - [152] G. Megrehi, “Extraction de l’information océanographique à partir des signaux gnss dans le plan temps-fréquence,” Master’s thesis, ENSTA-Bretagne, 2011.
 - [153] E. Kreyszig, *Introductory functional analysis with applications*. John Wiley & Sons, 1978.
 - [154] H. Brezis, *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*. Springer, 2011.
 - [155] D. Lukkassen, “A short introduction to sobolev-spaces and applications for engineering students,” 2004.
 - [156] T. Tao, “Function space.”
 - [157] S. Gedney, “3D Electromagnetic Modeling - Scattering by A Rectangular Plate.”
 - [158] M. G. Duffy, “Quadrature over a pyramid or cube of integrands with a singularity at a vertex,” *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 19, pp. 1260–1262, 1982.
 - [159] D. F. Rogers, *An introduction to NURBS with historical perspective*. Morgan Kaufmann Publishers, 2001.

Modélisation de la diffusion électromagnétique par les vagues côtières déferlantes

L'objectif de ce travail de thèse est d'étudier l'interaction des ondes électromagnétiques en bande L avec les vagues côtières déferlantes, en particulier pour un observateur situé à proximité de la surface. Le travail s'attache à effectuer une modélisation électromagnétique précise en lien étroit avec le modèle hydrodynamique.

Pour modéliser et calculer les champs électromagnétiques diffusés par les vagues déferlantes, nous utilisons une approche numérique par intégrale de frontière, notamment la Méthode des Moments (MdM). Dans ce cadre, nous focalisons le travail sur la problématique de la fiabilité et la convergence du calcul numérique pour des géométries de forte courbure comme peuvent l'être des surfaces de vagues déferlantes. Après une analyse approfondie de la problématique, nous montrons qu'une solution fondée sur la Méthode des Moments d'Ordre Supérieur (MdM-OS) combinée avec la technique de maillage Non Uniform Rational Basis Splines (NURBS) permet d'améliorer les performances de la méthode MdM-Classique.

En parallèle du travail de modélisation électromagnétique, nous nous attachons à introduire un modèle hydrodynamique capable de simuler le plus fidèlement possible le mouvement et la déformation des vagues à proximité de la côte. Nous retenons une modélisation hydrodynamique basée sur la Méthode Désingularisée. Cette approche méthodologique nous permet d'étudier l'évolution des vagues en fonction de la pente du fond, de la hauteur relative et de la cambrure des vagues.

La combinaison des résultats issus de la modélisation numérique électromagnétique et de la description hydrodynamique permettent ainsi d'évaluer l'évolution des champs électromagnétiques diffusés par les vagues côtières déferlantes en fonction du temps pour trois types de déferlement standard : glissant, plongeant et gonflant.

Mots-clés : Vagues côtières déferlantes, bande L, Méthode des Moments, technique de maillage NURBS, Méthode Désingularisée

Modeling of electromagnetic scattering by coastal breaking waves

The purpose of this thesis work is to study the interaction of electromagnetic waves in L band with breaking coastal sea waves, in particular for an observer situated close to the surface. The work attempts to realize a precise electromagnetic modeling in narrow link with hydrodynamic model.

To model and calculate electromagnetic fields scattered by breaking sea waves, we use a numerical approach by boundary integral technique, in particular Method of Moments (MoM). In this frame, we focus on the reliability and the convergence problem of numerical computation for strong curvature geometries as the surfaces of breaking sea waves are. After a thorough analysis of the problem, we show that a solution based on Higher-Order Method of Moments (HO-MoM) combined with Non Uniform Rational Basis Splines (NURBS) meshing technique allows the improvement of the performances of Classical-MoM.

In parallel of the work on electromagnetic modeling, we attempt to introduce a hydrodynamic model able to precisely simulate the movement and the deformation of waves near the coast. We choose a hydrodynamic modeling based on Desingularized Method. This methodological approach allows the study of the evolution of waves according to the bottom slope, the relative height and the wave steepness.

The combination of the results obtained from the numerical electromagnetic modeling and from the hydrodynamic description allows us to estimate the evolution of the electromagnetic fields scattered by breaking coastal sea waves according to time for three types of standard breaking : spilling, plunging and surging.

Keywords : Coastal breaking sea waves, L band, Method of Moments, NURBS meshing technique, Desingularized Method